

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ПСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ**

Н.И.Солнышкин

Расчет трехфазных цепей

**Методические указания к выполнению самостоятельной работы
по дисциплине
*«Теоретические основы электротехники»***

**Псков
2004**

**Рекомендовано к изданию
Научно-методическим советом ППИ**

**Рецензент – ст.преподаватель кафедры «Электроэнергетика»
*Иванов Владимир Александрович***

Автор - *Солнышкин Николай Иванович*

УДК 621.3

Солнышкин Н.И. Расчет трехфазных цепей. Методические указания к выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Теоретические основы электротехники».

В пособие приведены задания и методические указания к расчету несимметричных статических трехфазных цепей, а также несимметричной трехфазной цепи, содержащей генератор, приведены также программированные задачи.

Пособие предназначено для студентов изучающих дисциплины «Теоретические основы электротехники» и «Основы теории цепей».

СОДЕРЖАНИЕ

1. Расчет несимметричной четырехпроводной трехфазной цепи.	4
1.1. Задание 1.	4
1.2. Методические указания.	6
2. Расчет несимметричной трехпроводной трехфазной цепи.	7
2.1. Задание 2.	7
2.2. Методические указания.	8
3. Расчет трехфазной цепи с трехфазным синхронным генератором при симметричной и несимметричной нагрузках.	9
3.1. Задание 3.	9
3.2. Методические указания и рекомендации по выполнению задания.	13
4. Программированные задачи.	21
Литература.	32

1. Расчет несимметричной четырехпроводной трехфазной цепи.

1.1. Задание 1.

К несимметричной трехфазной цепи рис.1-1 приложена симметричная система напряжений прямой последовательности.

Будем называть в дальнейшем для удобства сопротивления Z_a, Z_b и Z_c сопротивлениями фаз приемника, а суммы $r + Z_a$, $r + Z_b$ и $r + Z_c$ сопротивлениями фаз нагрузки трехфазной цепи.

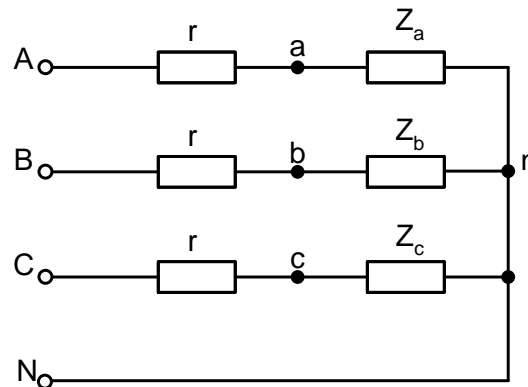


Рис.1-1

Параметры цепи приведены в табл. 1-1.

Сопротивление нейтрального провода принять равным нулю.

Требуется:

1. Рассчитать трехфазную цепь при наличии нейтрального провода.
 - 1.1. Найти действующие значения токов и напряжений, а также значения активных мощностей на всех участках цепи и всей цепи в целом.
 - 1.2. Включить в начале схемы ваттметры (изобразить схему цепи); определить по показаниям ваттметров мощность цепи; сравнить с мощностью цепи, полученной в п.1.1.
 - 1.3. Построить векторную диаграмму токов и топографическую векторную диаграмму напряжений.
2. Рассчитать трехфазную цепь (найти на всех участках цепи действующие значения токов и напряжений) при обрыве линейного провода (фазы «А»). Построить векторные диаграммы токов и напряжений.
3. Рассчитать трехфазную цепь (найти действующие значения токов и напряжений на всех участках цепи) при коротком замыкании фазы «а» приемника ($Z_a = 0$). Построить векторные диаграммы токов и напряжений.

Таблица 1.1

№ вар.	\dot{U}_{AB} В	r Ом	Z_a Ом	Z_b Ом	Z_c Ом	№ вар.	\dot{U}_{AB} В	r Ом	Z_a Ом	Z_b Ом	Z_c Ом
1	374+j66	5	5	j5	-j5	31	-66-j374	7	j7	-j7	7
2	335+j178	5	-5	5	j5	32	0-j380	9	9	j9	-j9
3	329+j190	5	j5	-j5	5	33	66-j374	9	-j9	9	j9
4	291+j244	8	8	J8	-j8	34	178-j335	9	j9	-j9	9
5	244+j291	8	-j8	8	j8	35	190-j329	11	11	j11	-j11
6	190+j329	8	j8	-j8	8	36	244-j291	11	-j11	11	j11
7	178+j335	10	10	j10	-j10	37	291-j244	11	j11	-j11	11
8	66+j374	10	-j10	10	j10	38	329-j190	13	13	j13	-j13
9	0+j380	10	j10	-j10	10	39	335-j178	13	-j13	13	j13
10	-66+j374	12	12	j12	-j12	40	374-j66	13	j13	-j13	13
11	-179+j335	12	-j12	12	j12	41	380+j00	15	15	j15	-j15
12	-190+j329	12	j12	-j12	12	42	374+j66	15	-j15	15	j15
13	-244+j291	15	15	j15	-j15	43	335+j178	15	j15	-j15	15
14	-291+j244	15	-j15	15	j15	44	329+j190	19	+19	j19	-j19
15	-329+j190	15	j15	-j15	15	45	291+j244	19	-j19	19	j19
16	-335+j178	18	18	j18	-j18	46	244+j290	46	+j46	46	-j46
17	-374+j66	18	-j18	18	j18	47	190+j329	47	-j47	j47	47
18	-380+j0	18	j18	-j18	18	48	178+j335	48	48	j48	-j48
19	-374-j66	20	20	j20	-j20	49	66+j374	49	49	-j49	j49
20	-335-j178	20	-j20	20	j20	50	0+j380	50	50	j50	-j50
21	-334+j66	22	j22	-j22	22	51	380	50	J50	-j50	50
22	-380	24	-j24	j24	24	52	J380	50	-j50	50	J50
23	-374-j66	20	20	j20	-j20	53	-66+j374	52	52	J52	-j52
24	-335-j178	24	j24	24	-j24	54	-66+j374	52	J52	-j52	52
25	-329-j190	25	-j25	25	j25	55	-66+j374	52	-j52	52	J52
26	-329-j190	6	6	J6	-j6	56	374+j66	54	J54	-j54	54
27	-291-j244	6	-j6	6	J6	57	374+j66	54	-j54	52	J52
28	-244-j291	6	J6	-j6	6	58	374+j66	54	54	J54	-j56
29	-190-j329	7	7	+j7	-j7	59	335+j178	56	56	J56	-j56
30	-178-j335	7	-j7	7	J7	60	335+j178	56	J56	-j56	56

1.2. Методические указания.

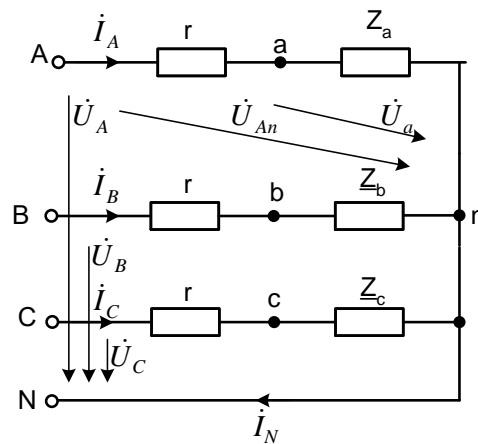


Рис.1-2

В этой схеме (рис.1.2) сопротивление нейтрального провода равно нулю. Поэтому напряжение смещения нейтрали U_{nN} равно нулю и напряжения на фазах нагрузки равны фазным напряжениям сети:

$$\dot{U}_{An} = \dot{U}_A, \dot{U}_{Bn} = \dot{U}_B, \dot{U}_{Cn} = \dot{U}_C.$$

Токи в фазах:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{r + Z_A}, \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{r + Z_b}, \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{r + Z_C}.$$

Ток в нейтральном проводе:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Напряжения на фазах приемника:

$$\dot{U}_{an} = \dot{U}_a = Z_a \dot{I}_A; \dot{U}_{bn} = \dot{U}_b = Z_b \dot{I}_B; \dot{U}_{cn} = \dot{U}_c = Z_c \dot{I}_C.$$

При обрыве линейного провода сопротивление этой фазы становится равным бесконечности и ток в этой фазе равен нулю. Напряжения на фазах нагрузки не изменяются. Изменится ток в нейтральном проводе.

При коротком замыкании одной из фаз приемника при наличии нейтрального провода фазные напряжения нагрузки \dot{U}_{An} , \dot{U}_{Bn} и \dot{U}_{Cn} не изменяются. Сопротивление короткозамкнутой фазы приемника будет равно нулю. Сопротивление нагрузки этой фазы будет равно сопротивлению линейного провода. Изменится линейный ток с короткозамкнутым приемником и ток в линейном проводе.

2. Расчет несимметричной трехпроводной трехфазной цепи.

2.1. Задание 2.

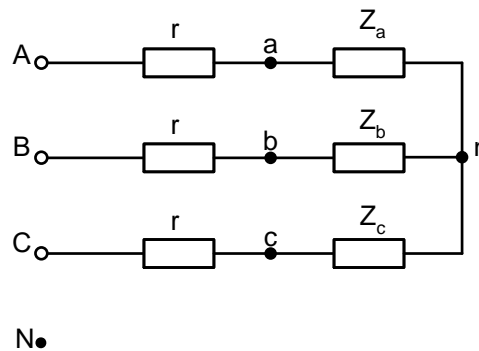


Рис.2-1

К трехфазной цепи рис.2-1 приложена симметричная система напряжений прямой последовательности.

Параметры цепи приведены в табл.1-1.

Требуется:

1. Рассчитать трехфазную цепь.

1.1. Найти действующие значения токов и напряжений, а также значения активных мощностей на всех участках цепи и всей цепи в целом.

1.2. Включить в начале схемы минимальное число ваттметров (изобразить схему цепи); определить по показаниям ваттметров мощность цепи; сравнить с мощностью цепи, полученной в п.1.1.

1.3. Построить векторную диаграмму токов и топографическую векторную диаграмму напряжений.

2. Рассчитать трехфазную цепь (найти действующие значения токов и напряжений на всех участках цепи) при обрыве линейного провода (фаза «А»). Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

3. Рассчитать трехфазную цепь (найти действующие значения токов и напряжений на всех участках цепи) при коротком замыкании узла «А» на нейтраль "n" приемника. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

2.2. Методические указания.

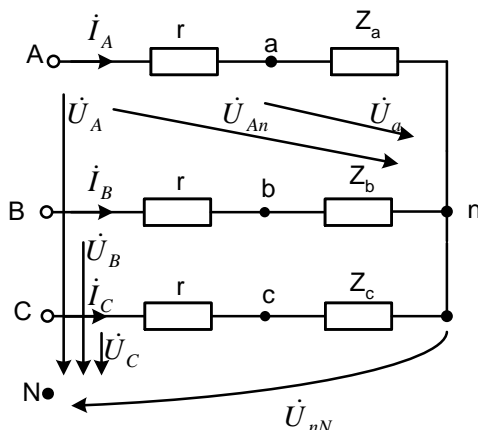


Рис.2-2

В трехпроводной трехфазной цепи при несимметричной нагрузке рис.2.2 система напряжений на зажимах нагрузки будет несимметричной. При этом

$$\dot{U}_{An} = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}, \quad \dot{U}_{Bn} = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}, \quad \dot{U}_{Cn} = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN},$$

где $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ - симметричная система фазных напряжений на входе цепи;
 \dot{U}_{nN} - напряжение смещения нейтрали.

Напряжение смещения нейтрали равно:

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}.$$

Здесь $Y_A = \frac{1}{r + Z_a}, Y_B = \frac{1}{r + Z_b}, Y_C = \frac{1}{r + Z_c}$.

Токи в фазах:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{An} Y_A; \quad \dot{I}_B = \dot{U}_{Bn} Y_B; \quad \dot{I}_C = \dot{U}_{Cn} Y_C.$$

Фазные напряжения приемника:

$$\dot{U}_{an} = \dot{U}_a = Z_a \dot{I}_A; \quad \dot{U}_{bn} = \dot{U}_b = Z_b \dot{I}_B; \quad \dot{U}_{cn} = \dot{U}_c = Z_c \dot{I}_C.$$

При обрыве фазы приемника сопротивление этой фазы становится равным бесконечности и ток в этой фазе равен нулю. Напряжения на фазах

приемника изменяются. При этом трехфазная цепь превращается в однофазную, у которой сопротивления оставшихся фаз соединены между собой последовательно и подключены к линейному напряжению.

Комплексное напряжение смещения нейтрали (напряжение между узлами n и N), например, при обрыве фазы "b" равно:

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B \cdot 0 + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_C}.$$

Зная \dot{U}_{nN} , находят комплексные фазные напряжения и токи по аналогии с предыдущим.

При коротком замыкании в одной из фаз нагрузки напряжение на этой фазе нагрузки равно нулю. Комплексное напряжение смещения нейтрали (напряжение между нейтральными точками n и N) равно комплексному фазному напряжению. Например, при коротком замыкании узла B на нейтральную точку n напряжение \dot{U}_{nN} равно:

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{\dot{U}_A \frac{Y_A}{Y_B} + \dot{U}_B + \dot{U}_C \frac{Y_C}{Y_B}}{\frac{Y_A + Y_C}{Y_B} + 1} \Bigg|_{Y_B = \infty} = \dot{U}_B.$$

Тогда комплексные фазные напряжения на оставшихся нагрузках равны линейным:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{An} &= \dot{U}_A - \dot{U}_{nN} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \dot{U}_{AB}; \\ \dot{U}_{Cn} &= \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = \dot{U}_C - \dot{U}_B = \dot{U}_{CB}. \end{aligned}$$

Токи в фазах:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{An} \cdot Y_A, \quad \dot{I}_C = \dot{U}_{Cn} Y_C, \quad \dot{I}_B = -(\dot{I}_A + \dot{I}_C).$$

3. Расчет трехфазной цепи с трехфазным синхронным генератором при симметричной и несимметричной нагрузках.

3.1. Задание 3.

Трехфазная цепь (рис.3.1) содержит генератор с симметричной системой ЭДС: $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$, линию, симметричную статическую нагрузку и несимметричный участок. В данном случае несимметрия возникает или при подключении несимметричной нагрузки или при различных видах несимметричных коротких замыканиях (замыкание между двумя фазами, замыкание одной или двух фаз на землю).

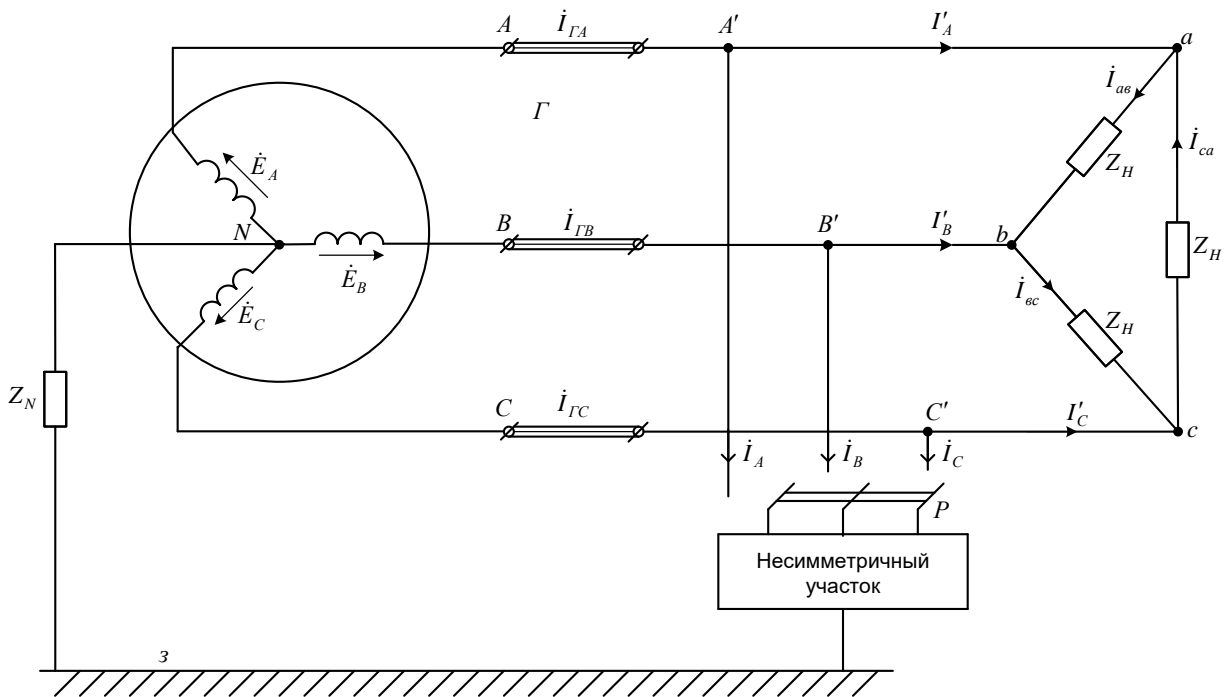


Рис.3.1

Виды несимметричных участков приведены на рисунках 3.2.1÷3.2.15.

Сопротивления токам прямой, обратной и нулевой последовательностей для генератора и линии приведены в табл.3.1.

Параметры остальных элементов схемы приведены в табл.3.2.

Для заданной схемы выполнить:

1. Рассчитать симметричный режим (рубильник P разомкнут):
 - 1.1. Определить токи во всех ветвях схемы.
 - 1.2. Определить активную мощность генератора и нагрузки.
 - 1.3. Построить векторную диаграмму токов и топографическую векторную диаграмму напряжений.
2. Рассчитать несимметричный режим (рубильник P замкнут);
 - 2.1. Определить токи во всех ветвях методом симметричных составляющих.
 - 2.2. Определить активную мощность нагрузки и активную мощность генератора через симметричные составляющие токов и напряжений.
 - 2.3. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.
 - 2.4. Построить векторные диаграммы токов и напряжений на участке несимметрии через составляющие токов и напряжений.

Таблица 3.1.

Номер группового варианта	$Z_{Г1}$ Ом	$Z_{Г2}$ Ом	$Z_{Г0}$ Ом	$Z_{Л1} = Z_{Л2}$ Ом	$Z_{Л0}$ Ом
1	j8	j2	j1	1+j	1+j2
2	j12	j3	j1	2+j2	2+j4
3	J10	J4	J2	3+j3	3+j5
4	J14	J5	J3	4+j4	4+j6
5	J16	J6	J4	5+j5	4+j4
6	J18	J7	J5	6+j6	5+j5

Таблица 3.2.

Номер варианта задания	Вид несимметричного участка	E B	Z_N Ом	Z_H Ом	Z Ом
1	1	230	1	30+j30	-
2	2	400	j	30-j30	-
3	3	690	1+j	36+j36	-
4	4	230	1,5	36-j36	-
5	5	400	j1,5	39+j39	-
6	6	690	1,5+j1,5	39-j39	-
7	7	230	2	42+j42	-
8	8	400	2+j2	42-j42	-
9	9	690	2,5	45+j45	4
10	10	230	j2	45-j45	j4
11	11	400	j2,5	48+j48	4+j4
12	12	690	2,5+j2,5	48-j48	5
13	13	230	3	52+j52	j5
14	14	400	j3	52-j52	5+j5
15	15	690	3+j3	55+j55	6
16	1	230	3,5	27+j27	-
17	2	400	j3,5	27-j27	-
18	3	690	3,5+j3,5	30+j30	-
19	4	230	4	30-j30	-
20	5	400	j4	36+j36	-
21	6	690	4+j4	36-j36	-
22	7	230	4,5	39+j39	-
23	8	400	j4,5	39-j39	-
24	9	690	4,5+j4,5	42+j42	j6
25	10	230	5	42-j42	6+j6
26	11	400	j5	45+j45	8
27	12	690	5+j5	45-j45	j8
28	13	230	6	48+j48	8+j8
29	14	400	j6	48-j48	10
30	15	690	6+j6	52+j52	j10

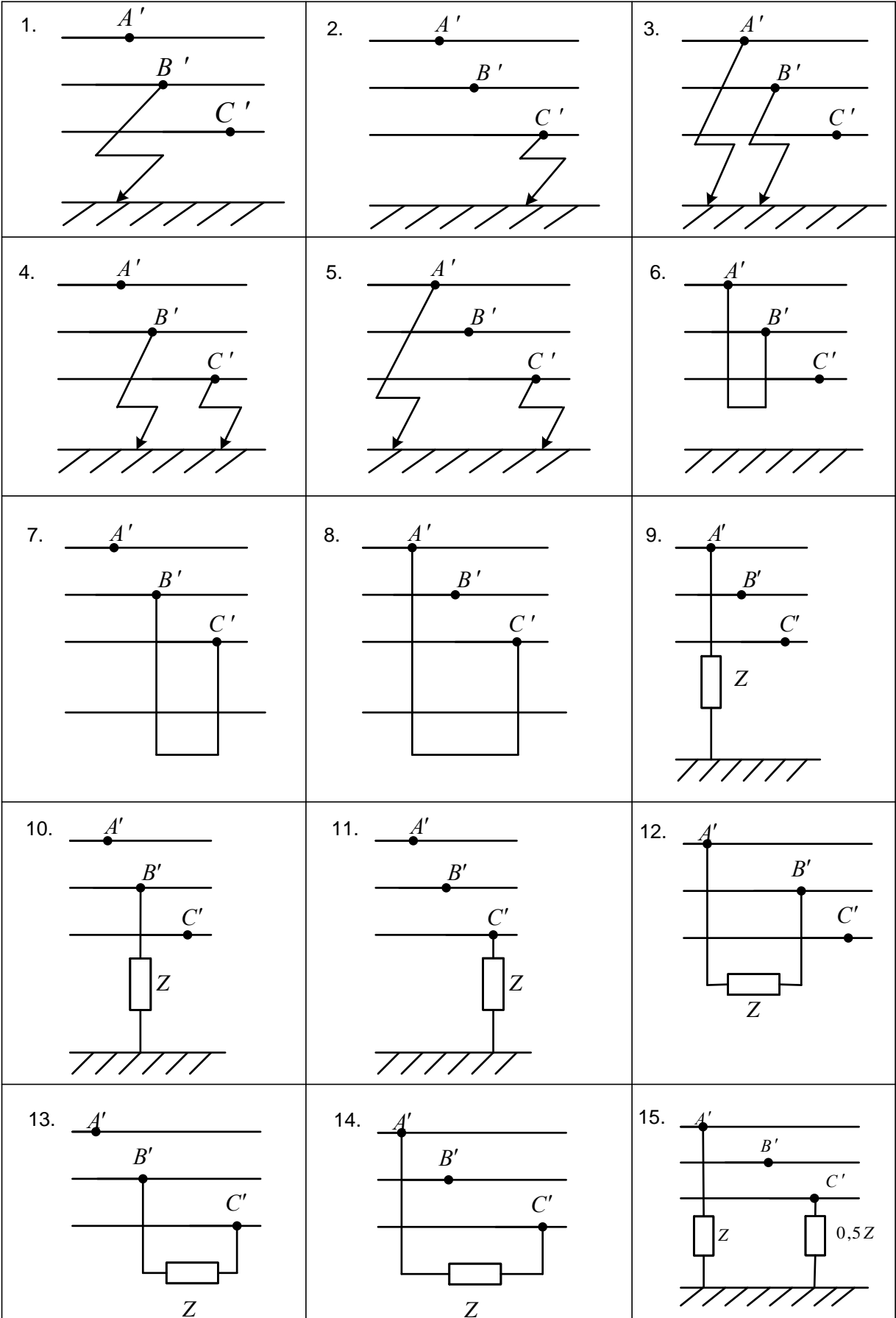


Рис.3.2

3.2. Методические указания и рекомендации по выполнению задания.

Пусть параметры схемы равны: $E = 220\text{В}$; $Z_{\Gamma_1} = j10\text{Ом}$; $Z_{\Gamma_2} = j2\text{Ом}$; $Z_{\Gamma_0} = j1\text{Ом}$; $Z_N = j1\text{Ом}$; $Z_{Л_1} = Z_{Л_2} = (1 + j)\text{Ом}$; $Z_{Л_0} = (1 + j2)\text{Ом}$; $Z_H = (30 - j33)\text{Ом}$.

3.2.1. Симметричный режим работы.

При симметричном режиме расчет проводится для одной фазы. Токи и напряжения на элементах других фаз определяются соответствующим сдвигом по фазе на угол 120° .

Рекомендуется следующая последовательность расчета.

Преобразуем соединение треугольником в соединение звездой: $Z'_H = (10 - j11)\text{Ом}$ (симметричная нагрузка).

Начертим схему для фазы А:

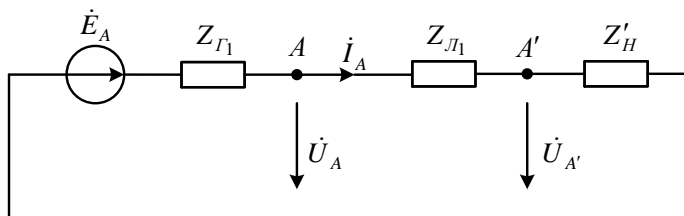


Рис.3.3

Для схемы рис.3.3 имеем:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z_{\Gamma_1} + Z_{Л_1} + Z'_H} = \frac{220}{11} = 20\text{А};$$

$$\dot{I}_B = 20e^{-j120^\circ}\text{А}; \quad \dot{I}_C = 20e^{+j120^\circ}\text{А}.$$

$$\dot{U}_A = \dot{E}_1 - Z_{\Gamma_1} \dot{I}_A = 220 - j200 = 297e^{-j42^\circ}\text{В}; \quad \dot{U}_B = 297e^{-j162^\circ}\text{В}; \quad \dot{U}_C = 297e^{j78^\circ}\text{В};$$

$$\dot{U}_{A'} = \dot{U}_A Z_{Л_1} \dot{I}_A = 220 - j200 - (1 + j)20 = 200 - j220 = 297e^{-j48^\circ}\text{В};$$

$$\dot{U}_{B'} = 297e^{-j168^\circ}\text{В}; \quad \dot{U}_{C'} = 297e^{j72^\circ}\text{В}.$$

$$\text{Токи в фазах нагрузки: } \dot{I}_{ab} = \dot{I}_A \frac{1}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = 11,6e^{j30^\circ}\text{А}; \quad \dot{I}_{bc} = 11,6e^{-j90^\circ}\text{А};$$

$$\dot{I}_{ca} = 11,6e^{j150^\circ}\text{А}.$$

Векторную диаграмму изобразим для фазы А (рис.3.4).

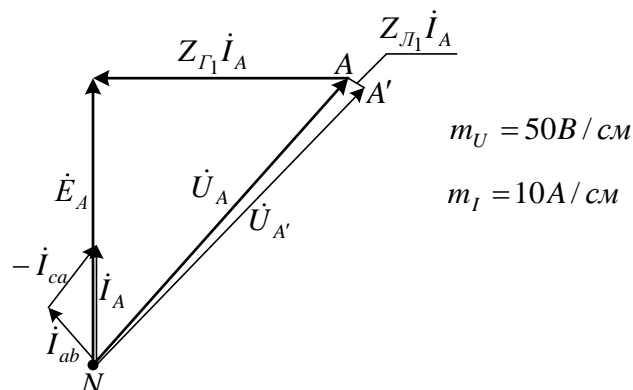


Рис.3.4

3.2.2 Несимметричный режим.

Для расчета несимметричных режимов трехфазных цепей удобно пользоваться принципом компенсации, заменяя несимметричную нагрузку или несимметричный участок в линии источниками напряжений, значения которых до окончания всего расчета остаются неизвестными. После такой замены цепь становится симметричной и для нее равноименные симметричные составляющие токов и напряжений не зависят друг от друга. Связи же между симметричными составляющими токов и напряжений различных последовательностей, обусловленных несимметрией, вводятся позднее.

Рассмотрим схему рис.3.1.

Заменим несимметричную нагрузку тремя источниками неизвестных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$. Тогда получится симметричная схема, которая помимо генератора с симметричной системой ЭДС содержит источники несимметричных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$.

Разложим напряжения $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ на симметричные составляющие $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$ приняв фазу «А» за основную. Тогда получим схему рис.3.5.

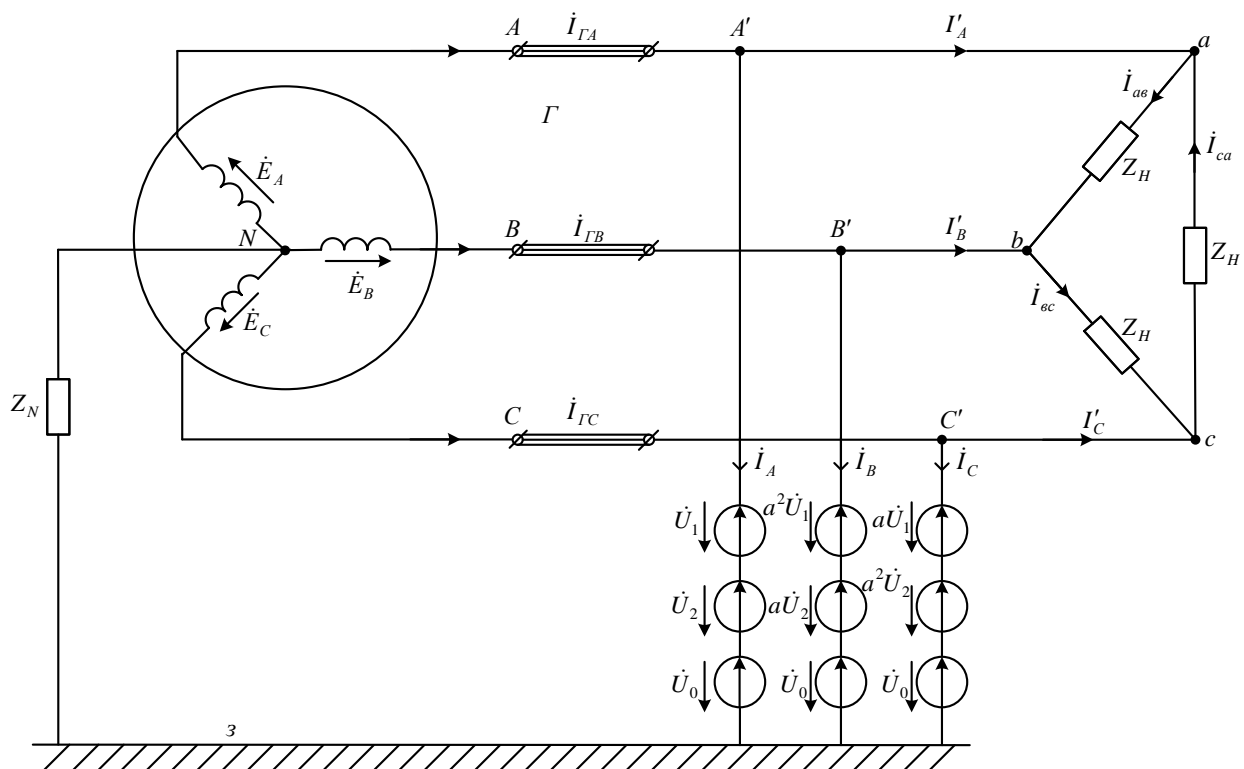


Рис.3.5

В ответвлении, где была несимметричная нагрузка, находятся источники трех симметричных систем напряжений прямой, обратной и нулевой последовательностей.

В симметричной цепи симметричная система напряжений какой-либо последовательности вызывает симметричную систему токов той же самой последовательности.

Режим схемы рис.3.5 определим наложением режимов при действии отдельных симметричных систем ЭДС и напряжений. Расчет для каждой симметричной системы можно вести для одной фазы, например, фазы «А».

Для этого соединение приемников «треугольником» преобразуем в соединение «звездой». Тогда можно составить три независимые схемы, показанные на рис.3.6.

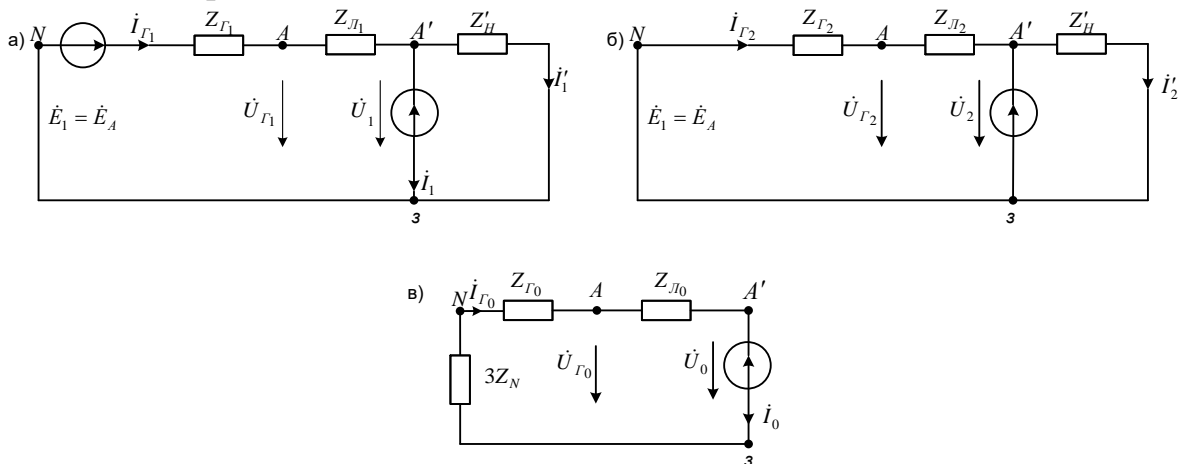


Рис.3.6

Схема нулевой последовательности не имеет разветвления, так как в правой части трехфазной цепи рис.3.5 токов нулевой последовательности быть не может.

Для дальнейшего расчета целесообразно преобразовать схемы отдельных последовательностей к простейшему виду, не затрагивая при этом ветвей с источниками неизвестных напряжений \dot{U}_1, \dot{U}_2 и \dot{U}_0 .

В схеме прямой последовательности заменим ветви генератора и симметричного приемника эквивалентным генератором.

$$\dot{E}_{\mathcal{A}1} = \frac{\dot{E}_1 Y_1}{Y_{\mathcal{A}1}}; \quad Y_{\mathcal{A}1} = Y_1 + Y'_H,$$

$$\text{где } Y_1 = \frac{1}{Z_{Л1} + Z_{Г1}}; \quad Y'_H = \frac{1}{Z'_H}; \quad \dot{E}_1 = \dot{E}_A.$$

В схеме обратной последовательности объединяем ветви генератора и симметричного приемника:

$$Z_{\mathcal{A}2} = \frac{(Z_{Г2} + Z_{Л2})Z'_H}{Z_{Г2} + Z_{Л2} + Z'_H}.$$

Схема нулевой последовательности в данном примере имеет простой вид. Поэтому:

$$Z_{\mathcal{A}0} = Z_{Г0} + Z_{Л0} + 3Z_N.$$

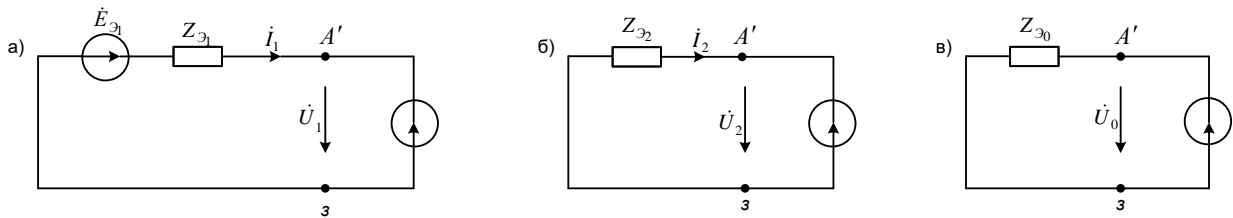


Рис.3.7

Запишем уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$Z_{\varepsilon 1} \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}_{\varepsilon 1}; \quad Z_{\varepsilon 2} \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0; \quad Z_{\varepsilon 0} \dot{I}_0 + \dot{U}_0 = 0. \quad (1-1)$$

В этих уравнениях шесть неизвестных: $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0, \dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$.

Дополнительные три уравнения могут быть составлены на основании заданной схемы и параметров несимметричной нагрузки.

Составим дополнительные уравнения для некоторых видов несимметричных нагрузок. Все виды несимметричных нагрузок, изображенных на рис. 3.2.1÷3.2.15 сводятся к трем (рис.3.8). При коротких замыканиях $Z = 0$.

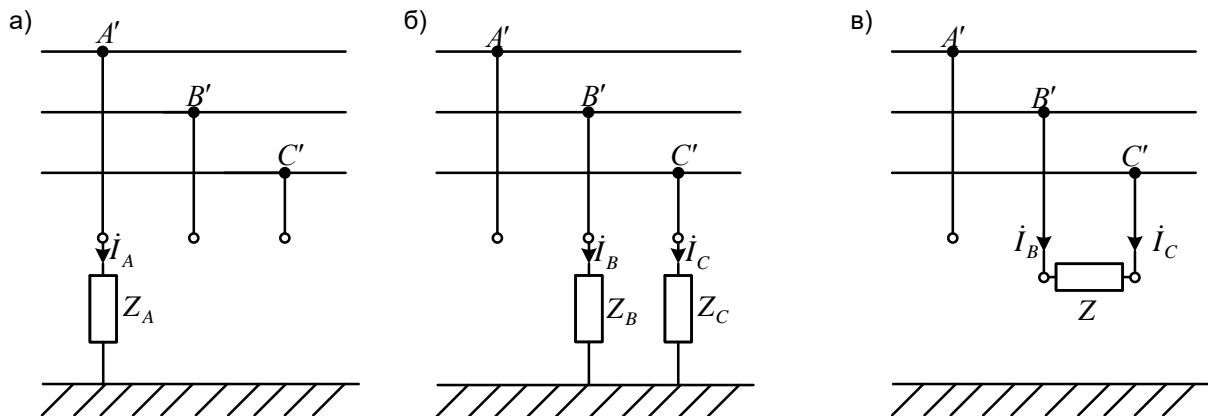


Рис.3.8

Для нагрузки, представленной на рис.3.8-а, имеем:

$$\dot{U}_{A'} = Z_A \dot{I}_A; \quad \dot{I}_B = 0; \quad \dot{I}_C = 0;$$

$$\text{или } \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = Z_A (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0); \quad a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0; \quad a \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0.$$

Для нагрузки, представленной на рис.3.8-б, имеем:

$$\dot{I}_A = 0; \quad \dot{U}_{B'} = Z_B \dot{I}_B; \quad \dot{U}_C = Z_C \dot{I}_C,$$

$$\text{или } \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0; \quad a^2 \dot{U}_1 + a \dot{U}_2 + a \dot{U}_0 = Z_B (a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0),$$

$$a \dot{U}_1 + a^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = Z_C (a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0).$$

При отсутствии соединения приемника с землей, например, для схемы, приведенной на рис.3.8-в, симметричные составляющие токов нулевой последовательности равны нулю и составление схемы для нулевой последовательности на предыдущих этапах расчета выпадает. Получаются два основных уравнения с четырьмя неизвестными и нужно составить еще только два дополнительных уравнения:

$$\dot{I}_A = 0; \quad \dot{U}_B - \dot{U}_C = Z\dot{I}_B,$$

$$\text{или } \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0; \quad a^2\dot{U}_1 + a\dot{U}_2 - (a\dot{U}_1 + a^2\dot{U}_2) = Z(a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2).$$

При совместном решении уравнений Кирхгофа для схем различных последовательностей с дополнительными уравнениями определяются симметричные составляющие тока фазы А в ответвлении к несимметричному приемнику. Затем находят распределение этих составляющих по отдельным ветвям схем прямой, обратной и нулевой последовательностей.

Зная составляющие токов в любой ветви, подсчитывают действительный ток в каждой фазе и составляющие падений напряжения различных последовательностей, а затем и фазные напряжения на отдельных участках схемы.

Получим расчетные соотношения для случая $Z_A = 0$ (однофазное замыкание на землю). Составим дополнительные уравнения:

$$\dot{U}_{A'} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0; \quad (1-2)$$

$$\dot{I}_B = a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0; \quad (1-3)$$

$$\dot{I}_C = a\dot{I}_1 + a^2\dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0. \quad (1-4)$$

Вычитая (1-4) из (1-3), получаем:

$$(a^2 - a)\dot{I}_1 + (a - a^2)\dot{I}_2 = 0 \text{ или } \dot{I}_2 = \dot{I}_1.$$

Подставляя этот результат в (1-3), имеем:

$$(a^2 + a)\dot{I}_0 = 0; \text{ отсюда } \dot{I}_0 = \dot{I}_1.$$

Заменяем в уравнениях (1-1) \dot{I}_2 и \dot{I}_0 на \dot{I}_1 и затем их суммируем. Тогда с учетом (1-2) получим:

$$(Z_{\mathcal{E}1} + Z_{\mathcal{E}2} + Z_{\mathcal{E}0}) \cdot \dot{I}_1 = \dot{E}_{\mathcal{E}1};$$

$$\text{Итак: } \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0 = \frac{\dot{E}_{\mathcal{E}1}}{Z_{\mathcal{E}1} + Z_{\mathcal{E}2} + Z_{\mathcal{E}0}} \quad (1-5)$$

Симметричные составляющие напряжений (в месте замыкания на землю) определяются из (1-1):

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_{\mathcal{E}1} - Z_{\mathcal{E}1}\dot{I}_1; \quad \dot{U}_2 = -Z_{\mathcal{E}2}\dot{I}_2; \quad \dot{U}_0 = -Z_{\mathcal{E}0}\dot{I}_0.$$

Рассчитаем схему рис.6-а:

$$\dot{I}_1' = \dot{U}_1 / Z_H; \quad \dot{I}_{\Gamma_1} = \dot{I}_1 + \dot{I}_1'; \quad \dot{U}_{\Gamma_1} = \dot{E}_1 - Z_{\Gamma_1} \cdot \dot{I}_{\Gamma_1}.$$

Рассчитаем схему рис.6-б:

$$\dot{I}_2' = \dot{U}_2 / Z_H; \quad \dot{I}_{\Gamma_2} = \dot{I}_2 + \dot{I}_2'; \quad \dot{U}_{\Gamma_2} = -Z_{\Gamma_2} \cdot \dot{I}_{\Gamma_2}.$$

Рассчитаем схему рис. 6-в:

$$\dot{I}_{\Gamma_0} = \dot{I}_0; \quad \dot{U}_{\Gamma_0} = -(3Z_N + Z_{\Gamma_0}) \cdot \dot{I}_{\Gamma_0}.$$

Симметричные составляющие токов в «основной» фазе нагрузки:

$$\dot{I}_{ab1} = \dot{I}'_1 \frac{1}{\sqrt{3}} e^{j30^0}; \quad \dot{I}'_{ab2} = \dot{I}'_2 \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j30^0}.$$

Пример:

Приведем расчет токов и напряжений для случая $Z_A = 0$ при заданных значениях параметров цепи.

Расчет токов и напряжений отдельных последовательностей.

$$Y_1 = \frac{1}{Z_{Л1} + Z_{Г1}} = \frac{1}{1 + j11} = 0,09e^{-j85^0}; \quad Y'_H = \frac{1}{Z'_H} = \frac{1}{10 - j11} = 0,067e^{j47,7^0};$$

$$Y_{Э1} = Y_1 + Y'_H = 0,067e^{-j37,1^0}; \quad \dot{E}_{Э1} = \frac{\dot{E}_1 Y_1}{Y_{Э1}} = 297,3e^{-j48^0};$$

$$Z_2 = Z_{Г2} + Z_{Л2} = 1 + j3; \quad Z_{Э2} = \frac{Z_2 Z'_H}{Z_2 + Z'_H} = 3,46e^{j60^0};$$

$$Z_{Э0} = Z_{Г0} + Z_{Л0} + 3Z_N = 5e^{j36,9^0};$$

Симметричные составляющие токов в месте замыкания на землю равны:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0 = \frac{\dot{E}_{Э1}}{Z_{Э1} + Z_{Э2} + Z_{Э0}} = 12,8e^{-j88^0} \text{ A.}$$

Для токов и напряжений прямой последовательности имеем:

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_{Э1} - Z_{Э1} \dot{I}_1 = 106e^{-j41,6^0} \text{ B}; \quad \dot{U}_{ab1} = \dot{U}_1 \sqrt{3} e^{j30^0} = 180e^{-j11,6^0} \text{ B}$$

$$\dot{I}'_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z'_H} = 7,13e^{j6^0} \text{ A}; \quad \dot{I}_{Г1} = \dot{I}_1 + \dot{I}'_1 = 14,2e^{-j58^0};$$

$$\dot{U}_{Г1} = \dot{E}_1 - Z_{Г1} \dot{I}_{Г1} = 125e^{-j37^0} \text{ B.}$$

Для обратной последовательности имеем:

$$\dot{U}_2 = -Z_{Э2} \dot{I}_2 = 44e^{j152^0} \text{ B}; \quad \dot{U}_{ab2} = \dot{U}_2 \sqrt{3} e^{-j30^0} = 77e^{j122^0} \text{ B}; \quad \dot{I}'_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z'_H} = 3e^{-j160^0};$$

$$\dot{I}_{Г2} = \dot{I}_2 + \dot{I}'_2 = 14e^{-j100^0}; \quad \dot{U}_{Г2} = -Z_{Г2} \dot{I}_{Г2} = 25,7e^{-j178^0} \text{ B.}$$

Для нулевой последовательности получаем:

$$\dot{U}_0 = -Z_{Э0} \dot{I}_0 = 64e^{j129^0}; \quad \dot{I}_{Г0} = \dot{I}_0 = 12,8e^{-j88^0} \text{ A};$$

$$\dot{U}_{Г0} = -(Z_{Г0} + 3Z_N) \dot{I}_{Г0} = 40,6e^{+j110^0}.$$

Расчет результирующих токов и напряжений.

$$\dot{I}_{ГA} = \dot{I}_{Г1} + \dot{I}_{Г2} + \dot{I}_{Г0} = 39e^{-j82^0} \text{ A}; \quad \dot{I}_{ГB} = a^2 \dot{I}_{Г1} + a \dot{I}_{Г2} + \dot{I}_{Г0} = 8,5e^{-j94^0} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ГC} = a \dot{I}_{Г1} + a^2 \dot{I}_{Г2} + \dot{I}_{Г0} = 11,7e^{j89^0} \text{ A}; \quad \dot{I}_N = 3\dot{I}_0 = \dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 38,5e^{-j88^0} \text{ A};$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{ab1} + \dot{U}_{ab2} = 140e^{j12^0} \text{ B}; \quad \dot{I}_{ab} = \left(\frac{\dot{U}_{ab}}{Z_H} \right) = 3,14e^{j59^0};$$

$$\dot{U}_{bc} = a^2 \dot{U}_{ab_1} + a \dot{U}_{ab_2} = 257e^{j127^\circ} \text{ В}; \quad \dot{I}_{bc} = \left(\frac{\dot{U}_{bc}}{Z_H} \right) = 5,8e^{-j80^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{U}_{ca} = a \dot{U}_{ab_1} + a^2 \dot{U}_{ab_2} = 177e^{j86^\circ} \text{ В}; \quad \dot{I}_{ca} = \left(\frac{\dot{U}_{ca}}{Z_H} \right) = 3,9e^{j134^\circ} \text{ А}.$$

Расчет напряжений относительно земли (рис.3.6):

$$\dot{U}_{A_3} = \dot{U}_{\Gamma_1} + \dot{U}_{\Gamma_2} + \dot{U}_{\Gamma_0} = 70e^{-j24^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_B = a^2 \dot{U}_{\Gamma_1} + a \dot{U}_{\Gamma_2} + \dot{U}_{\Gamma_0} = 119e^{-j164^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = a \dot{U}_{\Gamma_1} + a^2 \dot{U}_{\Gamma_2} + \dot{U}_{\Gamma_0} = 184e^{j82^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{A'} = 0;$$

$$\dot{U}_{B'} = a^2 \dot{U}_1 + a \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 143e^{-j169^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C'} = a \dot{U}_1 + a^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 179e^{j84^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{3N} = 3Z_N \dot{I}_0 = Z_N \dot{I}_N = 38e^{-j88^\circ} \text{ В}.$$

По данным расчета построены векторные диаграммы рис.3.9 – рис.3.12.

Расчет активных мощностей.

Активная мощность генератора:

$$P_\Gamma = E_A I_{\Gamma A} \cos \varphi_A + E_B I_{\Gamma B} \cos \varphi_B + E_C I_{\Gamma C} \cos \varphi_C = 5080 \text{ Вт}.$$

Активная мощность нагрузки:

$$P_H = r_H (I_{ab}^2 + I_{bc}^2 + I_{ca}^2) = 1796 \text{ Вт}.$$

Активная мощность линии ($r_{Л1} = r_{Л2} = r_{Л0} = r_L$):

$$P_L = r_L (I_{\Gamma A}^2 + I_{\Gamma B}^2 + I_{\Gamma C}^2) = 1735 \text{ Вт}.$$

Активная мощность в нейтральном проводе:

$$P_N = r_N I_N^2 = 1525 \text{ Вт}.$$

Сумма активных мощностей:

$$P_\Sigma = P_H + P_L + P_N = 5056 \text{ Вт}.$$

Проверяем баланс активных мощностей:

$$P_\Gamma \approx P_\Sigma; \quad 5080 \approx 5080.$$

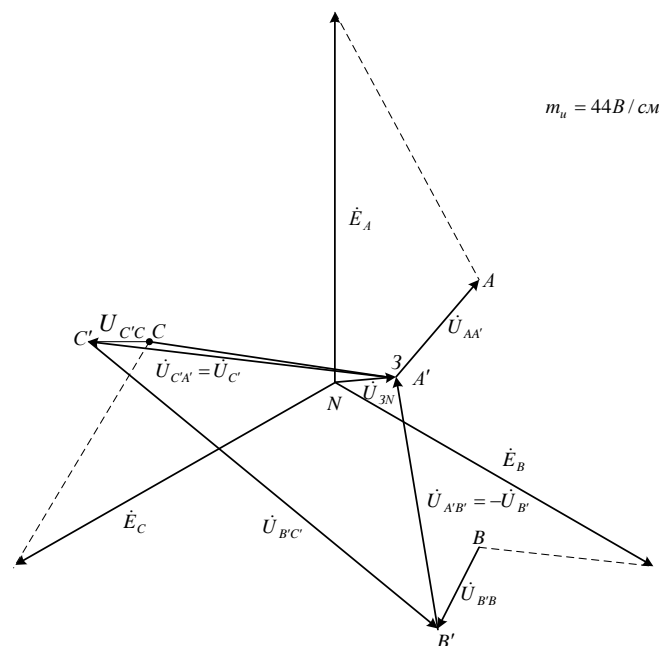


Рис.3.9 Топографическая диаграмма напряжений

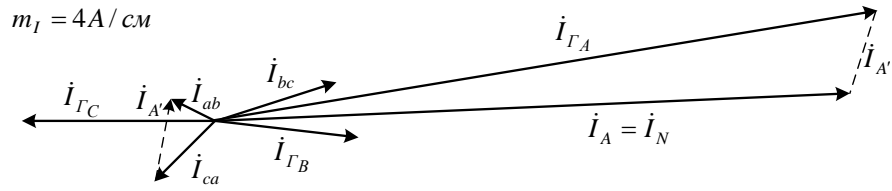


Рис.3.10. Векторная диаграмма токов

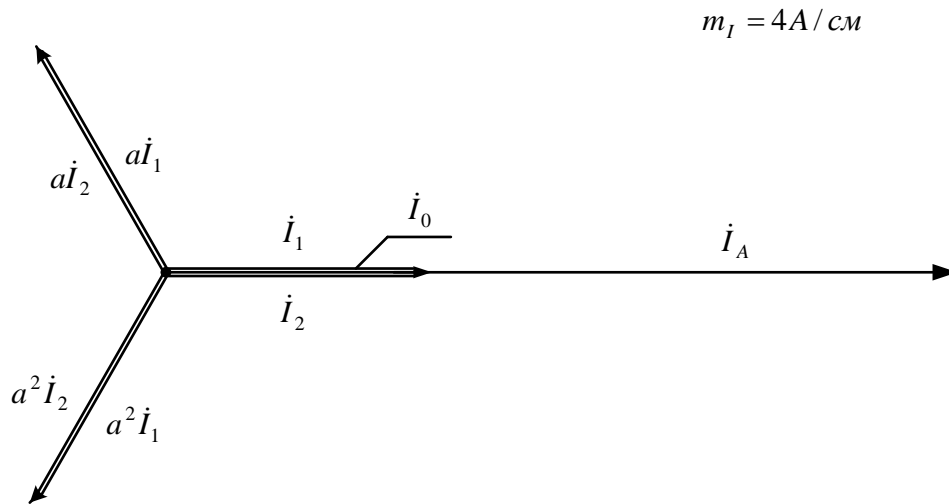


Рис.3.11

Разложение токов несимметричного участка на симметричные системы.

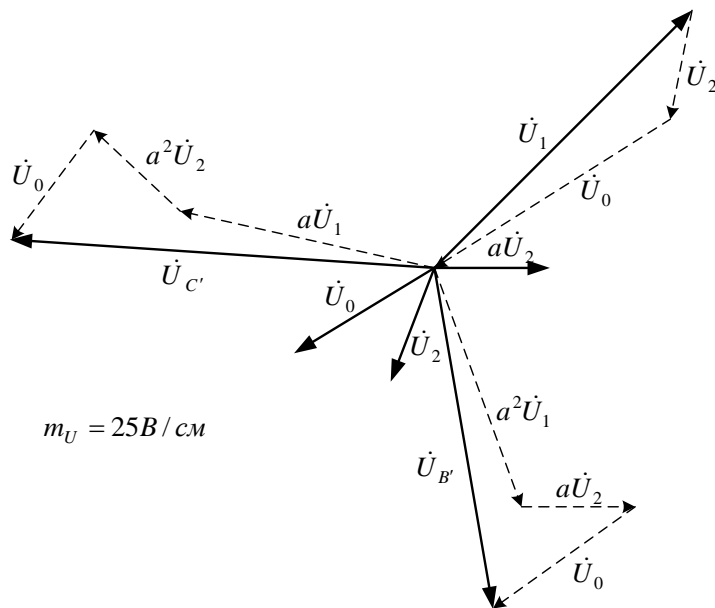
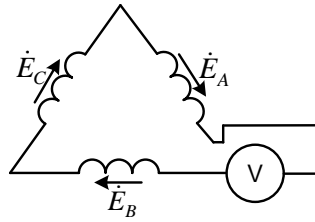


Рис.3.12 Разложение системы напряжений несимметричного участка на симметричные системы

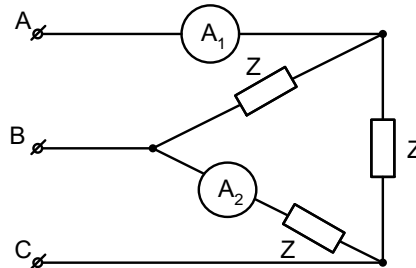
4. Программированные задачи

4.1. В фазах обмотки трехфазного генератора генерируется симметричная система ЭДС. Что покажет вольтметр?



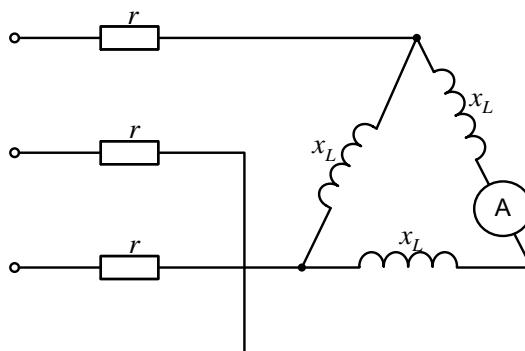
Ответы: 1. $U = 3E$; 2. $U = \sqrt{3}E$; 3. $U = 3\sqrt{2}E$; 4. $U = 0$.

4.2. Амперметр A_1 , включенный в цепь симметричного приемника, показывает $34,6A$. Что покажет амперметр A_2 ?



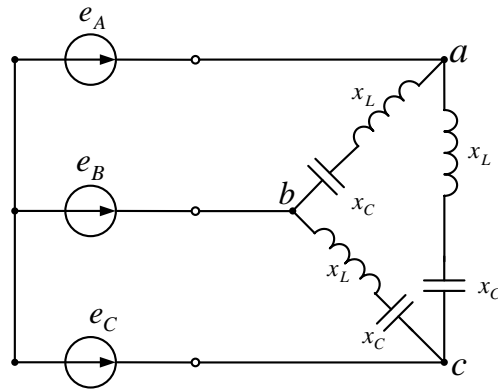
Ответы: 1. $34,6A$; 2. $17,3A$; 3. $20A$; 4. $60A$.

4.3. К трехфазной сети с симметричной системой линейных напряжений $U_{л} = 380V$ подключена нагрузка $r = 30\Omega$; $x_L = 120\Omega$. Определить показания амперметра.



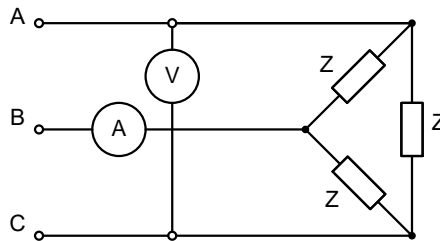
Ответы: 1. $44A$; 2. $25,6A$; 3. $31,7A$; 4. $76A$.

4.4. К симметричной системе фазных ЭДС $e_A = 10\sqrt{2} \sin \omega t V$. Определить $i_{ab}(t)$, если $x_L = 20\Omega$; $x_C = 10\Omega$.



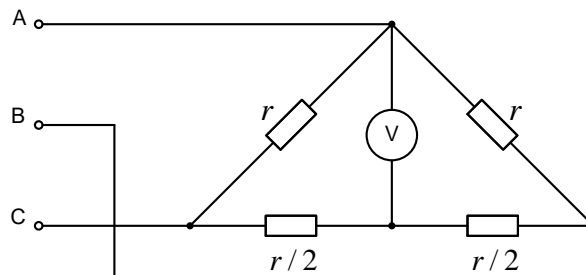
Ответ: 1. $i_{ab} = 3\sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ) A$; 2. $i_{ab} = \sqrt{6} \sin(\omega t - 60^\circ) A$;
3. $i_{ab} = \sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ) A$; 4. $i_{ab} = 3,33\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ) A$.

4.5. Сопротивление фазы симметричного трехфазного приемника равно 100Ω . Что покажет вольтметр, если амперметр показывает $17,3 A$?



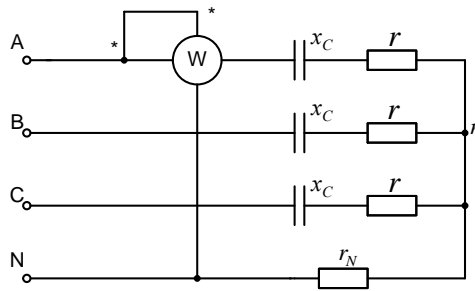
Ответ: 1. $U = 100 V$; 2. $U = 173 V$; 3. $U = 300 V$; 4. $U = 50 V$.

4.6. Определить показания вольтметра, если $U_{\text{Л}} = 220 V$.



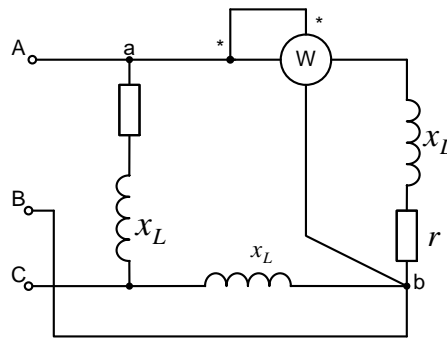
Ответ: 1. $127 V$; 2. $63,5 V$; 3. $190 V$; 4. $380 V$.

4.7. Определить показания ваттметра, если $U_{Л} = 173В$, $r = x_C = 10Ом$, $r_N = 10Ом$.



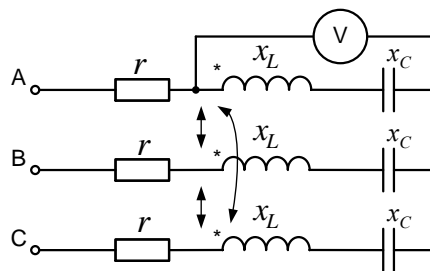
Ответ: 1. $1300Вм$; 2. $500Вм$; 3. $1000Вм$; 4. $500\sqrt{2}Вм$.

4.8. Определить показание ваттметра, если $U_{Л} = 100В$; $r = 10Ом$; $x_L = 17,3Ом$.



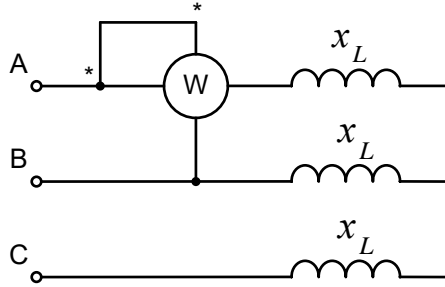
Ответ: 1. $1000Вм$; 2. $250Вм$; 3. $370Вм$; 4. $581Вм$.

4.9. Определить показания вольтметра, если $U_{Л} = 173В$; $r = x_C = x_M = 10Ом$; $x_L = 30Ом$.



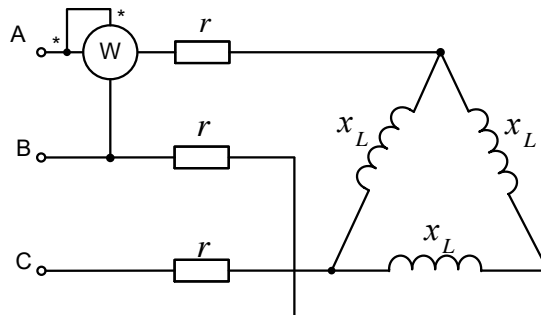
Ответ: 1. $80В$; 2. $50\sqrt{2}$; 3. $50\sqrt{3}В$; 4. $100В$.

4.10. Определить показание ваттметра, если $U_{\text{Л}} = 173\text{В}$; $x_L = 10\text{Ом}$.



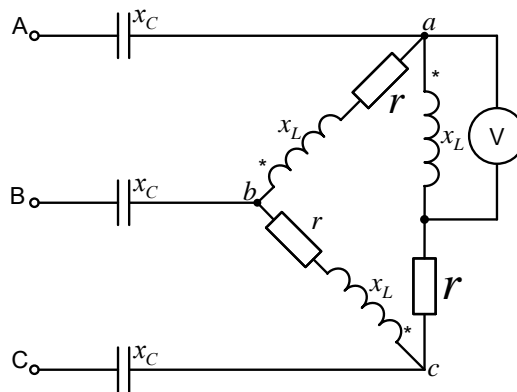
Ответ: 1. 0; 2. -1500Вт ; 3. 3000Вт ; 4. 1500Вт .

4.11. Определить показания ваттметра, если $U_{\text{Л}} = 100\text{В}$; $r = 10\text{Ом}$; $x_L = 30\sqrt{3}\text{Ом}$.



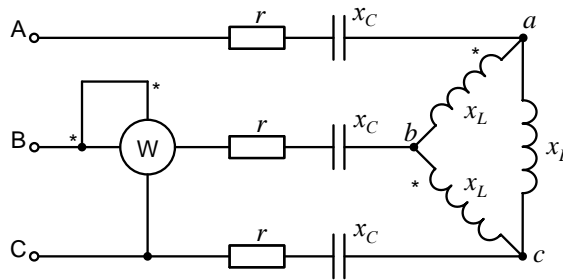
Ответ: 1. 161Вт ; 2. 346Вт ; 3. 0Вт ; 4. 634Вт .

4.12. Определить показание вольтметра, если $U_{\text{Л}} = 173\text{В}$; $r = 30\text{Ом}$; $x_L = 40\text{Ом}$; $x_M = 10\text{Ом}$; $x_C = 20\text{Ом}$.



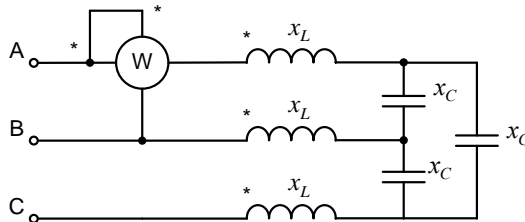
Ответ: 1. 150В ; 2. $50\sqrt{6}\text{В}$; 3. $50\sqrt{3}\text{В}$; 4. 100В .

4.13. Определить показание ваттметра, если $U_{\Delta} = 173V$;
 $r = x_C = x_M = 10\Omega$; $x_L = 40\Omega$.



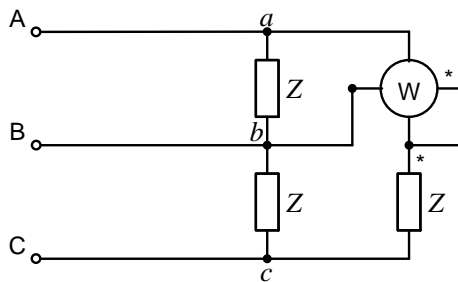
Ответ: 1. 1730Вт; 2. 1500Вт; 3. 3000Вт; 4. 865Вт.

4.14. Определить показание ваттметра, если $U_{\Delta} = 173V$;
 $x_L = x_C = 30\Omega$; $x_M = 10\Omega$.



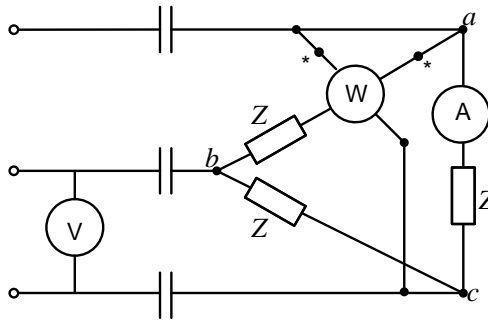
Ответ: 1. 1730Вт; 2. 0Вт; 3. -1500Вт; 4. -1000Вт.

4.15. Какова разность начальных фаз между напряжением и током в фазе, если $U_{\Delta} = 380V$; $I_{\phi} = 38A$, а ваттметр показывает $P_w = 0$.



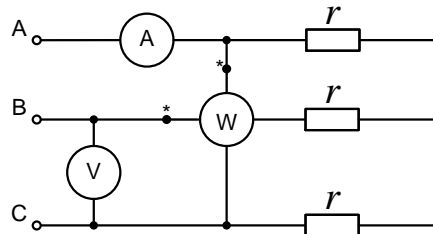
Ответ: 1. 90° ; 2. -30° ; 3. 30° ; 4. 0.

4.16. Какова разность начальных фаз между напряжением и током в фазе, где включен ваттметр, если приборы, включенные в цепь показывают: $P_w = 0$; $U_V = 380V$; $I_A = 2A$.



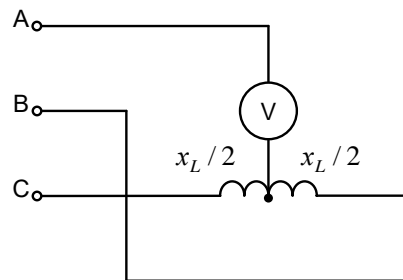
Ответ: 1. -30^0 ; 2. 90^0 ; 3. -90^0 ; 4. 60^0 .

4.17. Вольтметр и амперметр показывают соответственно $U = 380V$; $I = 3A$. Что покажет ваттметр?



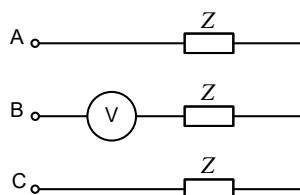
Ответ: 1. $1140Vm$; 2. $1980Vm$; 3. $657Vm$; 4. 0.

4.18. Трехфазный источник имеет линейное напряжение $220V$. Определить показание вольтметра.



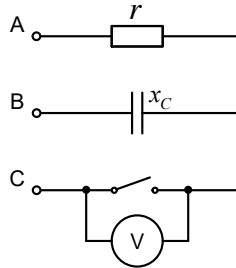
Ответ: 1. $110V$; 2. $220V$; 3. $380V$; 4. $190V$.

4.19. Что покажет вольтметр, включенный в цепь трехфазного приемника, если линейное напряжение сети равно $U_{л}$.



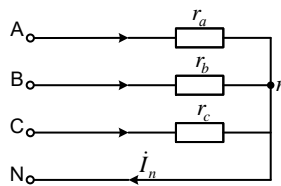
Ответ: 1. 0; 2. U ; 3. $\frac{\sqrt{3}}{2}U$; 4. Ответить нельзя, т.к. неизвестно Z .

4.20. Определить показание вольтметра, если $U_{\text{Л}} = 100\text{В}$;
 $r = x_C = 10\text{Ом}$.



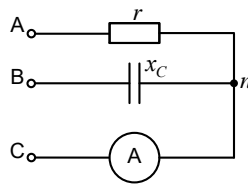
Ответ: 1. 100В ; 2. $50(1 + \sqrt{5})\text{В}$; 3. $50(1 + \sqrt{3})\text{В}$; 4. 70В .

4.21. Определить комплекс тока в нейтральном проводе, если $U_{\phi} = 100\text{В}$; $r_a = r_b = 10\text{Ом}$; $r_c = 5\text{Ом}$.



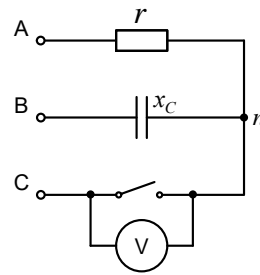
Ответ: 1. $\dot{I}_N = 10\text{А}$; 2. $\dot{I}_N = 0$; 3. $\dot{I}_N = 10e^{-j60^\circ}\text{А}$; 4. $\dot{I}_N = 10e^{j120^\circ}\text{А}$.

4.22. Определить показание амперметра, если $U_{\text{Л}} = 100\text{В}$;
 $r = x_C = 10\text{Ом}$.



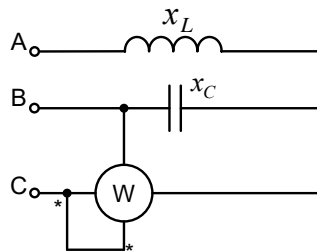
Ответ: 1. $20\sin 15^\circ\text{А}$; 2. $20\cos 15^\circ\text{А}$; 3. $10\sqrt{3}\text{А}$; 4. $10/\sqrt{3}\text{А}$.

4.23. Определить показание вольтметра, если $U_{Л} = 100В$;
 $r = x_c = 10\text{Ом}$.



Ответ: 1. $100В$; 2. $70В$; 3. $50\sqrt{3}В$; 4. $50(1 + \sqrt{3})В$.

4.24. Определить показание ваттметра, если $x_L = x_C = 38\text{Ом}$;
 $U_{\phi} = 220В$.

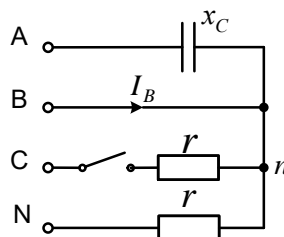


Ответ: 1. 0; 2. $-1990\sqrt{3}Вт$; 3. $1273Вт$; 4. $-1100Вт$.

4.25. Трехфазный генератор, соединенный звездой, имеет фазное напряжение $220В$. Между зажимами А-В включена одна катушка, между зажимами А-С – другая. К серединам обеих катушек присоединены вольтметр с очень большим внутренним сопротивлением. Показание вольтметра будет равно:

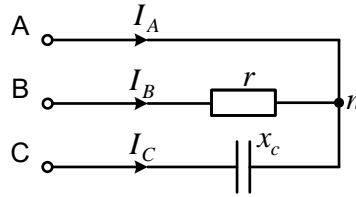
Ответ: 1. $220В$; 2. $150В$; 3. $190В$; 4. $380В$.

4.26. Определить ток I_B , если $U_{Л} = 220В$; $x_C = 22\text{Ом}$; $r = \frac{22}{\sqrt{3}}\text{Ом}$.



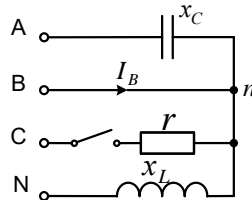
Ответ: 1. $10\sqrt{3}А$; 2. $20\sin 15^\circ А$; 3. $20 - 10\sqrt{3}А$; 4. $10А$.

4.27. Определить комплекс тока \dot{I} , если $U_{Л} = 100В$; $r = x_C = 10\text{Ом}$.
Принять $\dot{I}_B = I_B$.



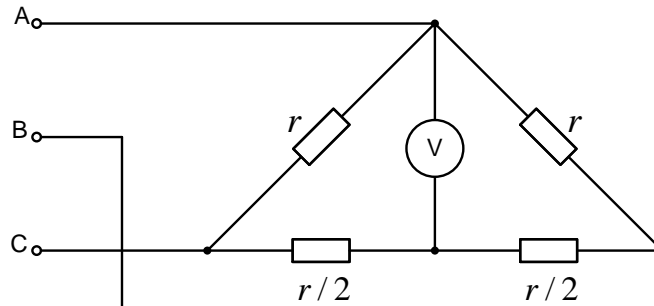
Ответ: 1. $20\sin 15^\circ e^{j165^\circ} \text{ A}$; 3. $20\cos 15^\circ e^{-j165^\circ} \text{ A}$;
2. $20\cos 15^\circ e^{-j45^\circ} \text{ A}$; 4. $20\sin 15^\circ e^{j135^\circ} \text{ A}$.

4.28. Определить ток I_B , если $U_{Л} = 220В$; $x_C = 22\text{Ом}$; $x_L = \frac{22}{\sqrt{3}} \text{Ом}$.



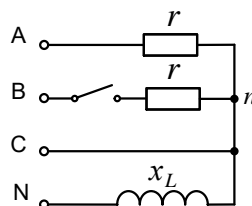
Ответ: 1. $10\sin 15^\circ \text{ A}$; 2. $20\sin 15^\circ \text{ A}$; 3. $10\sqrt{3} \text{ A}$; 4. 10 A .

4.29. Определить показание вольтметра, если $U_{Л} = 220В$.



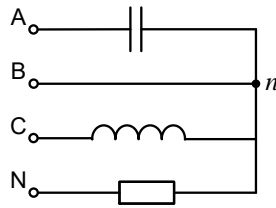
Ответ: 1. $127В$; 2. $63,5В$; 3. $190В$. 4. Не хватает исходных данных.

4.30. Определить ток I_C , если $U_{Л} = 220В$; $r = 22\text{Ом}$; $x_L = \frac{22}{\sqrt{3}} \text{Ом}$.



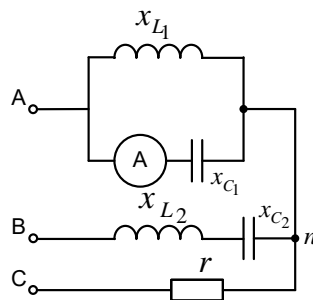
Ответ: 1. $10A$; 2. $10\sqrt{3}-10A$; 3. $20-10\sqrt{3}A$; 4. $20\sin 15^\circ A$.

4.31. Определить I_B , если $U_{Л} = 100B$; $x_L = x_C = 100\text{Ом}$; $r = \frac{10}{\sqrt{3}}\text{Ом}$.



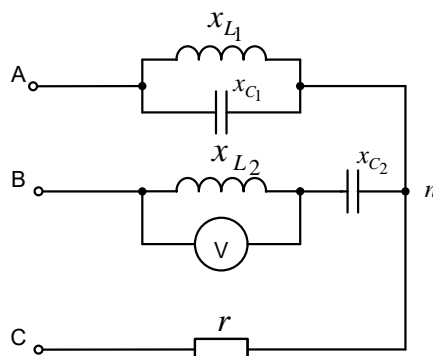
Ответ: 1. $20A$; 2. 0 ; 3. $10\sqrt{3}A$; 4. $(10\sqrt{3}+10)A$.

4.32. Определить показание амперметра, если $U_{Л} = 100B$; $x_{L1} = x_{C1} = x_{L2} = 200\text{Ом}$; $r = x_{C2} = 100\text{Ом}$.



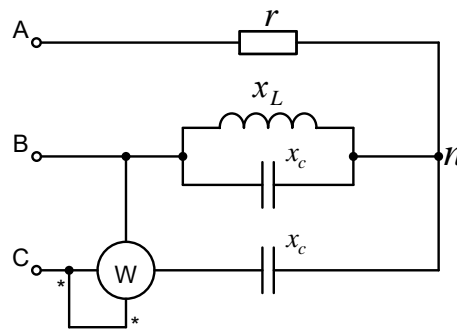
Ответ: 1. $5A$; 2. $2,5\sqrt{3}A$; 3. $2,5(1+\sqrt{3})A$; 4. $5/\sqrt{3}A$.

4.33. Определить показание вольтметра, если $U_{Л} = 100B$; $x_{L1} = x_{C1} = x_{L2} = 200\text{Ом}$; $r = x_{C2} = 100\text{Ом}$.



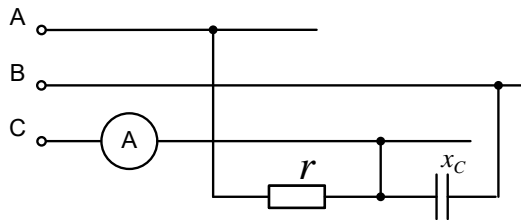
Ответ: 1. $100B$; 2. $200/3B$; 3. $100\sqrt{2}B$; 4. $100/\sqrt{3}B$.

4.34. Определить величину $x_L = x_C$, если $U_{\text{Л}} = 100\text{В}$; $r = 30\text{Ом}$. Показание ваттметра равно 0 $P_W = 0$.



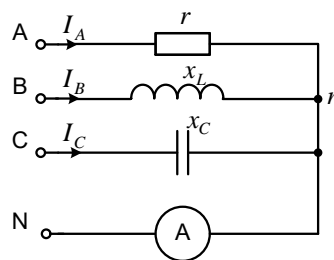
Ответ: 1. 10Ом ; 2. $10/\sqrt{3}\text{Ом}$; 3. $10\sqrt{3}\text{Ом}$; 4. 30Ом .

4.35. Определить показание амперметра, если $U_{\text{Л}} = 380\text{В}$, $r = x_C = 19\text{Ом}$.



Ответ: 1. $I_3 = 34\text{А}$; 2. $I_3 = 20\text{А}$; 3. $I_3 = 34,2\text{А}$; 4. $I_3 = 38,6\text{А}$.

4.36. Определить показание амперметра, если токи $I_A = I_B = I_C = 5\text{А}$.



Ответ: 1. $4,3\text{А}$; 2. $7,1\text{А}$; 3. 10А ; 4. $3,6\text{А}$.

Литература

1. Л.Р.Нейман, К.С.Демирчян. Теоретические основы электротехники. Т.1-Л.: Энергоиздат, 1981, с.536.
2. Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. Основы теории цепей. –М.:Энергия, 1975, с.751.