

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ПСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ**

---

**Н.И.Солнышкин, В.Н.Федоров**

**Лабораторный практикум  
по теории электромагнитного поля**

*руководство к лабораторным работам для студентов  
электромеханического факультета  
(предназначено для студентов всех специальностей и всех форм обучения,  
изучающих курсы «Теоретические основы электротехники»,  
«Теория цепей», «Электротехника»)*

**Псков  
2005**

**Рекомендовано к изданию Научно-методическим советом ППИ**

**Рецензент:**

- Иванов В.А., старший преподаватель кафедры «Электроэнергетика», ППИ.

**Авторы:** Солнышкин Н.И., Федоров В.Н.

**Содержание**

<i>Лабораторная работа № 1</i> .....	4
<i>Лабораторная работа № 2</i> .....	10
<i>Лабораторная работа № 3</i> .....	14
<i>Лабораторная работа № 4</i> .....	36

## Лабораторная работа № 1

### «Исследование магнитного поля вдоль оси цилиндрической катушки с током»

**Цель работы:** исследование магнитного поля вдоль оси цилиндрической катушки; исследование влияния материалов сердечника катушки на магнитное поле катушки с током.

#### Основы теории.

**Магнитное поле катушки с током.** В соответствии с принципом суперпозиции электромагнитных полей результирующее магнитное поле катушки с током может быть представлено в виде геометрической суммы полей, созданных отдельными витками катушки.

Для определения поля витка с током обратимся к рисунку.

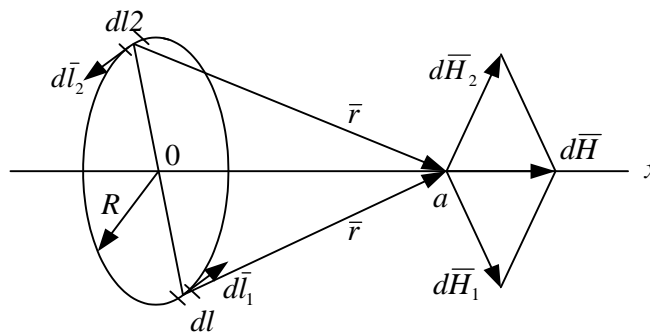


Рис.1

Магнитное поле, создаваемое элементом витка с током, определяется по закону Био-Савара-Лапласа  $d\vec{H} = \frac{i d\vec{l} \vec{r}}{4\pi r^3}$ . Применительно к исследуемой точке  $a$ , расположенной на оси витка, векторы  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$  взаимно перпендикулярны. Поэтому упрощаем формулу и переходим от векторной формы записи к скалярной  $dH = \frac{idl}{4\pi r^2}$ .

Симметричный элементу витка  $dl_1$  элемент витка  $dl_2$  также создаёт в точке  $a$  магнитное поле, вектор  $dH_2$  которого симметричен вектору  $dH_1$  относительно оси  $X$ . Суммарное поле двух элементов тока  $dH$  оказывается направленным строго по оси проводника. Исходя из сказанного, можно заключить, что на оси катушки имеется только осевая составляющая магнитного поля  $dH_x = dH_1 \sin \beta = \frac{idl_1}{4\pi r^2} \sin \beta$ .

Проинтегрируем напряжённость поля по длине витка

$$H_x = \int dH_1 dl_1 \sin \beta = \frac{i2\pi R}{4\pi r^2} \sin \beta = \frac{iR}{2r^2} \sin \beta.$$

С учётом  $\sin \beta = \frac{R}{r}$  напряжённость магнитного поля витка с током на оси витка составляет

$$H_x = \frac{i}{2R} \sin^3 \beta.$$

Простое суммирование магнитных полей, созданных катушкой с большим количеством витков, не рационально. Проще и удобнее применить интегрирование.

Для того, чтобы рассчитать поле тонкой (однослойной) катушки с током (в точке  $a$  на оси катушки), обратимся к следующему рисунку.

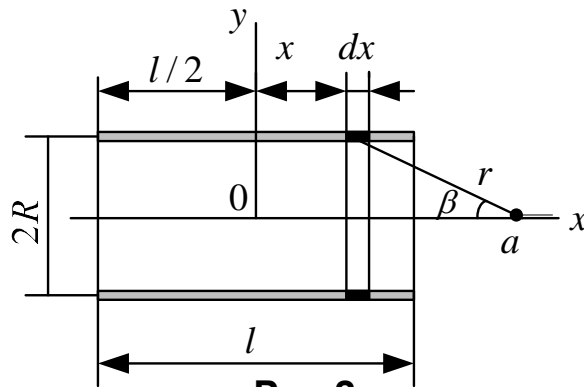


Рис.2

Элементарный ток  $di = \frac{iw}{l} dx$ , протекающий по условному витку катушки, создаёт элементарное магнитное поле напряжённостью

$$dH_x = \frac{di}{2R} \sin^3 \beta = \frac{iw}{2Rl} \sin^3 \beta dx.$$

Здесь  $w$  число витков катушки,  $l$  - длина катушки. Результирующее поле катушки после интегрирования по всей её длине оказывается равным

$$H_x = \int_{-l/2}^{+l/2} dx \frac{iw}{2l} \sin^3 \beta = \frac{iw}{2l} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2).$$

Здесь  $\cos \beta_1$  и  $\cos \beta_2$  - углы, под которыми видны из исследуемой точки начало и конец катушки.

Указанные углы определяются по формулам

$$\cos \beta_1 = \frac{x+l/2}{\sqrt{R^2 + (x+l/2)^2}} \text{ и } \cos \beta_2 = \frac{x-l/2}{\sqrt{R^2 + (x-l/2)^2}},$$

где  $x$  - координата исследуемой точки поля.

**Датчики и принцип измерений магнитного поля.** В настоящей работе применены индуктивные датчики ЭДС. В первом случае индуктивным датчиком является измерительная обмотка (измерительная катушка) малой

высоты и малой толщины. Для обеспечения жёсткости и удобства в работе катушка размещена на немагнитном стержне.

В соответствии с законом электромагнитной индукции, переменное магнитное поле, пронизывающее датчик, индуцирует в нём мгновенное значение ЭДС

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = -\pi R^2 w \frac{dB}{dt} = -\mu\mu_0 w \pi R^2 \frac{dH}{dt}.$$

Для синусоидально изменяющегося магнитного поля ( $h = H_m \sin \omega t$ ) имеем  $e = -\pi R^2 \mu\mu_0 \omega w H_m \cos \omega t$ . Переходя от мгновенных значений к действующим, имеем

$$E = \pi R^2 \mu\mu_0 \omega w H.$$

Во втором случае индуктивным датчиком является измерительная обмотка равномерно намотанная вдоль не магнитного сердечника из гибкого материала. На каждом элементарном элементе длины такой обмотки  $dl$  создаётся ЭДС

$$dE = \pi R^2 \frac{w}{l} \mu\mu_0 \omega H dl.$$

Результирующая ЭДС всей обмотки равна сумме ЭДС всех её элементов, т.е.

$$E = \pi R^2 \frac{w}{l} \mu\mu_0 \omega \int H dl = \pi R^2 \frac{w}{l} \mu\mu_0 \omega F_{ab}.$$

Здесь  $F_{ab}$  - магнитодвижущая сила между концами измерительной обмотки.

Анализ полученного уравнения показывает, что измеренная величина ЭДС оказывается пропорциональной магнитодвижущей силе, действующей между концами измерительной обмотки. Другими словами, измерительная обмотка, равномерно распределённая на гибком немагнитном материале, позволяет измерять магнитодвижущую силу между её концами. Такая измерительная обмотка называется магнитным поясом или поясом Роговского.

Измерение ЭДС осуществляется электронным милливольтметром.

**Усиление (ослабление) магнитного поля катушки.** Все вещества, помещённые в магнитное поле, приобретают магнитные свойства, т.е. намагничиваются, и потому в некоторой мере изменяют внешнее поле. При этом одни вещества ослабляют внешнее поле (диамагнетики), а другие – усиливают его (парамагнетики). Особая группа парамагнетиков – ферромагнетики – способна многократно усиливать внешнее магнитное поле. Поэтому, помещая внутрь катушки с током различные материалы, можно как усиливать, так и ослаблять магнитное поле катушки с током.

В материалах, обладающих электрической проводимостью, переменное магнитное поле вызывает появление вихревых электрических токов. Вихревые электрические токи создают

собственное магнитное поле, направленное встречно магнитному полю катушки с током. В результате сложения двух встречно направленных полей результирующее магнитное поле катушки с током оказывается ослабленным.

В настоящей работе предлагается исследовать влияние на магнитное поле катушки с током трёх материалов: диэлектрика, алюминия и стали.

Диэлектрик не обладает электропроводностью и имеет слабые диамагнитные свойства. В соответствии с вышесказанным при помещении внутрь катушки с током сердечника из диэлектрика следует ожидать крайне незначительное ослабление магнитного поля.

Алюминий обладает незначительными диамагнитными свойствами и очень высокой электрической проводимостью. В соответствии с вышесказанным при помещении внутрь катушки с током сердечника из алюминия следует ожидать значительное ослабление магнитного поля.

Сталь относится к группе ферромагнетиков, обладает сильными парамагнитными свойствами и способна многократно усиливать магнитное поле. В то же время сталь обладает достаточно высокой проводимостью. Вихревые электрические токи в стали несколько уменьшают усиление магнитного поля катушки с током стальным сердечником.

Примечание. Усиленный стальным сердечником магнитный поток концентрируется исключительно в сердечнике. Воздушный канал внутри сердечника оказывается шунтирован ферромагнитным сердечником и магнитный поток в канале практически отсутствует. В связи с чем кривая распределения напряжённости магнитного поля внутри катушки с ферромагнитным сердечником принципиально отличается от кривых распределения напряжённости магнитного поля катушки без сердечника.

**Описание установки.** Исследование магнитного поля проводится на электротехнической установке, схема которой приведена на рис. 3.

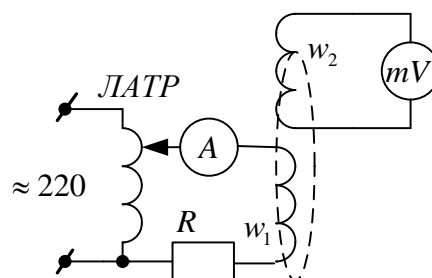


Рис.3

Установка питается от регулируемого источника переменного тока частотой 50 Гц. Установка укомплектована тремя сердечниками: диэлектрическим, алюминиевым и стальным. В сердечниках выполнены сквозные каналы для помещения в них измерительных датчиков.

Исследуемая катушка характеризуется следующими параметрами: число витков -  $w$ , внутренним диаметром  $d_1$  и внешним диаметром  $d_2$  обмотки, длиной  $l$ . По катушке пропускается ток  $I$ .

Измерительная катушка имеет характеристики: число витков -  $w_1$ , средний радиус обмотки  $R_1$ ; пояс Роговского - число витков на длине  $1\text{см}$  -  $w_2$ , средний радиус обмотки -  $R_2$ .

**Порядок и методика выполнения работы.**

1. Ознакомиться с исследуемой катушкой, сердечниками к ней и измерительными датчиками. Записать в протокол исходные данные об исследуемой катушке и измерительных датчиках.

2. Собрать электрическую схему установки. Вставить внутрь исследуемой катушки измерительный датчик.

3. Исследовать напряжённость магнитного поля катушки с током. Исследования провести, перемещая датчик от центра катушки к её краю и далее до максимально возможного удаления датчика от края катушки. Интервал перемещения выбирать в пределах  $1-2\text{см}$ . Данные занести в рекомендованную таблицу.

Исследования провести для всех типов сердечников и в отсутствие сердечника.

**Таблица 1**

Координата исследуемой точки	Экспериментальные данные								Расчетные данные
	без сердечника		диэлектрик		алюминий		сталь		
$x, \text{см}$	$E, \text{мВ}$	$H, \text{А/м}$	$E, \text{мВ}$	$H, \text{А/м}$	$E, \text{мВ}$	$H, \text{А/м}$	$E, \text{мВ}$	$H, \text{А/м}$	$H, \text{А/м}$
0									
1									
2									

4. Исследовать магнитодвижущую силу катушки с током, разности магнитных потенциалов между торцами катушки (в пределах катушки) и вне её. Исследование провести, используя в качестве датчика пояс Роговского.

Измерение магнитодвижущей силы катушки с током ( $F$ ) проводится после смыкания между собой концов пояса Роговского, пропущенного через катушку.

Измерение разности магнитных потенциалов между торцами катушки с током ( $U_{m1}$ ) проводится после введения одного конца пояса Роговского внутрь исследуемой катушки на всю её длину и замыкания в кольцо всей выступающей из катушки части пояса.

Измерение разности магнитных потенциалов вне катушки с током ( $U_{m2}$ ) проводится после приложения концов пояса Роговского к торцам исследуемой катушки (внутри катушки пояс не вводится).



Измерения провести без сердечника и для всех типов сердечников. Результаты исследований занести в таблицу рекомендованной формы.

Таблица 2

Материал	$E_{внутр},$ мВ	$U_{m1},$ А	$E_{внешн},$ мВ	$U_{m2},$ А	$E,$ мВ	$F,$ А	$U_{m1} + U_{m2}$
сердечник							
диэлектрик							
алюминий							
сталь							

5. Рассчитать экспериментальные значения напряжённости магнитного поля вдоль оси катушки с током. Рассчитать теоретические значения напряжённости магнитного поля вдоль оси катушки с током. Данные занести в таблицу.

6. Построить кривые теоретических и экспериментальных значений напряжённости магнитного поля катушки с током. Построение провести на одном листе симметрично относительно центра катушки. Объяснить полученные результаты.

7. Рассчитать экспериментальные и теоретические значения намагничивающей силы катушки с током без сердечника и с различными сердечниками. Объяснить полученные результаты.

8. Рассчитать значения разностей магнитных потенциалов внутри и вне катушки с током. Расчёты выполнить по данным непосредственных измерений и путём графического интегрирования построенных кривых. Сопоставить и объяснить полученные результаты.

9. Оформить отчёт о работе и сделать выводы.

#### Вопросы для самопроверки:

1. Объяснить принцип работы индуктивного датчика напряжённости магнитного поля.

2. Объяснить принцип работы индуктивного датчика разности магнитных потенциалов.

3. Как рассчитывается напряжённость магнитного поля на оси витка с током.

4. Как рассчитывается напряжённость магнитного поля на оси тонкой катушки с током.

5. Как рассчитывается магнитодвижущая сила катушки с током.

6. Как влияет диэлектрический материал сердечника на магнитное поле катушки с током.

7. Как влияет проводниковый материал сердечника на магнитное поле катушки с током.

8. Как влияет ферромагнитный материал сердечника на магнитное поле катушки с током.

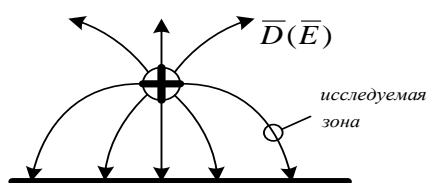
## Лабораторная работа № 2

### «Исследование электростатической индукции»

**Цель работы:** исследование электрического поля, созданного отрезком проводника.

#### Основы теории.

**Электрическая индукция.** Каждый электрический заряд создаёт (индуцирует) вокруг себя электростатическое поле. Излучаемый зарядом поток электрической индукции (электрического смещения)  $D$ , численно равный величине заряда, стремится занять весь объём пространства вокруг себя.

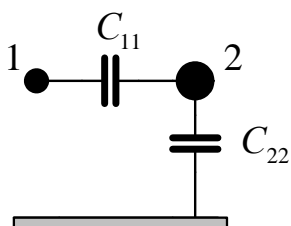


В связи с тем, что любая среда создаёт то или иной сопротивление электрической индукции, каждая точка поля пространства приобретает напряжённость  $E = D/(\epsilon)$  и потенциал  $U = \int \bar{E} d\bar{l}$ .

Для простейшего поля заряженной нити, расположенной над проводящей плоскостью, потенциал точки определяется по формуле  $U = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r}{r'}$ , где  $\tau$  - линейная плотность зарядов,  $r$  - расстояние от заряженной нити до исследуемой точки,  $r'$  - расстояние от мнимого (зеркального относительно проводящей плоскости) изображения заряженной нити до исследуемой точки.

Потенциалы поля удобно исследовать теоретически, но крайне трудно исследовать экспериментально. Измерения специальными компенсационными приборами трудоёмки а, для слабых полей, не достаточно точны. Измерения вольтметрами, даже с высоким входным сопротивлением, связано с протеканием по вольтметрам тока и, соответственно, убыванием заряда и снижением потенциала в исследуемой точке пространства.

Всякое изменение зарядов во времени сопровождается изменением электрической индукции и протеканием в пространстве связанных с электрической индукцией токов смещения (токов индукции)  $\delta = d\bar{D} / dt$ . Токи электрической индукции имеют ёмкостный характер. Поэтому потенциалы поля и токи смещения удобно исследовать, вводя понятие частичных ёмкостей между отдельными телами (взаимная частичная ёмкость) и частичных ёмкостей каждого тела (собственная частичная ёмкость). Так для случая двух тел (1 и 2), расположенных над проводящей поверхностью, система частичных ёмкостей имеет следующий вид. Здесь  $C_{22}$  - собственная частичная



ёмкость тела 2;  $C_{12}$  - частичная взаимная ёмкость между телами 1 и 2.

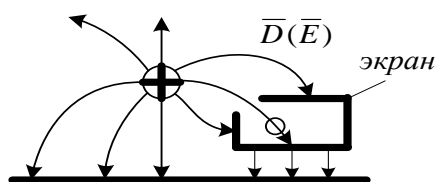
Для проводника 2 радиусом  $r_2$ , длиной  $l$ , расположенного на высоте  $h_2$  над проводящей поверхностью, собственная частичная ёмкость может быть рассчитана по формуле  $C_{22} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \frac{2h_2}{r_2}}$ , взаимная частичная ёмкость – по

формуле  $C_{12} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \left( \frac{2h_1}{r_1} * \frac{2h_2}{r_2} * \frac{r'_{12}}{D} * \frac{r'_{21}}{D} \right)}$ . Здесь  $D$  расстояние между

проводниками, индексы 1 и 2 соответствуют 1 и 2 проводу, соответственно.

**Электростатическое экранирование.** Пока напряжённость поля и (или) его потенциал (в дальнейшем – поле) не значительны, поле не сказывается на функционировании различных технических устройств. Если поле усилено, то технические устройства начинают функционировать с отклонениями от установленных режимов. В сильных полях нормальная работа технических устройств, чувствительных к полю, вообще не возможна.

Одним из простейших способов ослабления поля в заданной части пространства является его электростатическое экранирование. Электростатические экраны представляют собой конструкцию из проводниковых материалов, охватывающих часть пространства, поле внутри которого необходимо ослабить. Конструктивно это могут быть листы металла, сетки, решётки и т.д. Обязательным условием экранирования является металлическое соединение между собой всех элементов экрана.



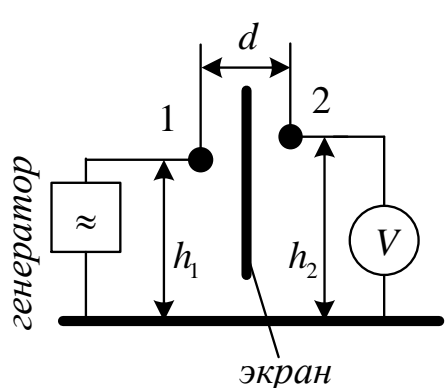
Металлические элементы экрана замыкают на себя часть потока электростатического поля. Будучи гальванически связаны друг с другом, все элементы экрана приобретают одинаковый потенциал. Если защищаемое от электростатического поля пространство охвачено сплошной металлической поверхностью, электростатическое поле внутри такого экрана отсутствует. На практике сплошные экраны не применяются по причине необходимости обеспечения технологических отверстий для связи технических устройств, размещаемых внутри экранов, с внешним пространством.

Электростатическое поле, стремясь занять всё пространство, проникает даже в небольшие технологические отверстия. Величина проникшего внутрь экрана потока электростатической индукции оказывается значительно уменьшенной по сравнению с потоком, пронизывавшим соответствующее пространство в отсутствие экрана. Напряжённость электрического поля и его потенциал внутри защищаемой зоны оказываются многократно уменьшенными.

Так как слабые поля не существенно сказываются на работе многих технических устройств, то на практике часто и не ставится задача полного

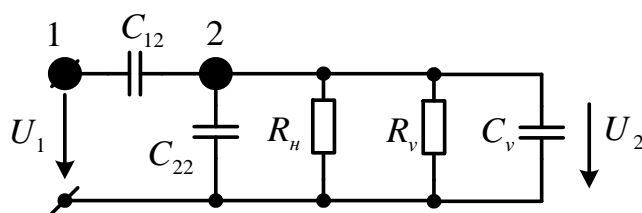
экранирования технических устройств. Проблема частичного экранирования решается экранами из небольших пластин, сетки, провода.

**Описание установки, датчик и принцип измерений электрического поля.** Исследовательская установка включает в себя макет двухпроводной



линии с набором экранов. Отрезок провода 1 подключён к генератору переменного тока. Под воздействием ЭДС генератора, провод периодически приобретает положительный либо отрицательный заряд. Заряд, в свою очередь, создаёт электростатическое поле.

Отрезок провода 2 используется в качестве экранируемого объекта. Он же является датчиком потенциала поля, созданного отрезком провода 1. Измерение потенциала осуществляется милливольтметром. В связи с шунтирующим воздействием измерительного прибора на измеряемую величину потенциала, результаты измерений оказываются значительно заниженными относительно расчётных величин.



С учётом входной ёмкости  $C_v$  и входного сопротивления  $R_v$  вольтметра, сопротивления нагрузки  $R_n$  (имитация находящегося в электростатическом поле объекта) схема

испытаний приобретает следующий вид. Здесь  $U_1$  - напряжение генератора,  $U_2$  - измеряемое напряжение.

### **Порядок и методика выполнения работы.**

1. Ознакомиться с исследовательской установкой. Получить у преподавателя исходные данные: высота проводников над поверхностью  $h_1$  и  $h_2$ , расстояние между проводниками по горизонтали  $d$ , радиус проводников  $r$ , типы исследуемых экранов, входная ёмкость прибора  $C_v$ , входное сопротивление прибора  $R_v$ , напряжение генератора  $U_1$ , сопротивление нагрузки  $R_n$ .

2. Установить заданную конфигурацию системы (высоту проводников и расстояние между ними). Подключить первый проводник к источнику переменного напряжения, второй - к измерительному прибору.

3. Исследовать электростатическое поле в отсутствие экрана при разных частотах. Данные занести в таблицу рекомендованной формы:

		Измеренное напряжение $U_2, мВ$			
		Частота, $Гц^*$			
		200	2000	20000	200000
В отсутствие экрана	опыт				
	расчет				
Экран с крупной ячейкой	изол.экр.				
	заземл.экр.				
Экран с мелкой ячейкой	изол.экр.				
	заземл.экр.				
Сплошной экран	изол.экр.				
	заземл.экр.				

\*) Преподаватель может изменить частоты.

4. Исследовать электростатическое поле при установленных и изолированных от проводящей плоскости экранах.

5. Исследовать электростатическое поле при гальванически соединённых экранах с проводящей плоскостью.

6. Рассчитать частичные ёмкости проводов.

7. В соответствии с эквивалентной схемой испытательной установки рассчитать показания измерительного вольтметра для опытов без использования экранов (по пункту 3).

8. Сопоставить результаты расчётов и данными эксперимента по п.7 и п.3, сделать выводы о применимости теории частичных ёмкостей.

9. Сопоставить результаты эксперимента по пунктам 3 и 4. Объяснить различия данных.

10. Сопоставить результаты эксперимента по пунктам 3 и 5. Объяснить различия данных.

11. Сделать выводы по работе.

#### **Вопросы для самопроверки:**

1. Что такое «электрическая индукция», «токи смещения»?
2. В чём заключена основная сложность экспериментального исследования электростатических полей?
3. От каких факторов зависит эффективность экранирования электростатическим экраном?

## Лабораторная работа № 3

### Исследование магнитного и электромагнитного экранирования

#### I. Назначение работы

Основной задачей работы является выяснение влияния на экранирующее действие экранов различных факторов: формы экранов и толщины их стенок; свойств материалов, из которых изготовлены экраны; наличия стыков и щелей между отдельными частями экранов и расположения этих щелей.

Целью работы является также сопоставление результатов опыта с результатами расчета. Представляет большой интерес выяснение возможности применения формул сферического экрана, для приближенных расчетов экранов другой формы, но имеющих те же габариты и ту же толщину стенок.

#### II. Содержание работы

##### Магнитное экранирование

Одним из возможных способов защиты от электромагнитных полей является помещение защищаемого объекта внутрь замкнутой или почти замкнутой оболочки из ферромагнитного материала с высокой магнитной проницаемостью.

При постоянном поле, экранирующее действие обуславливается намагниченностью тела экрана (магнитное экранирование). При намагничивании экрана элементарные токи, существующие в теле экрана принимают упорядоченное расположение. Эти токи создают размагничивающее поле, что и приводит к уменьшению результирующего поля внутри экрана.

Экранирование в постоянном магнитном поле определяется тем, что силовые линии магнитного поля преимущественно проходят по участкам с меньшим магнитным сопротивлением – по стенкам экрана. Напряженность магнитного поля внутри такого экрана во много раз меньше, чем снаружи.

При простых формах экрана (шар, эллипсоид, длинный цилиндр) коэффициент экранирования, т.е. отношение напряженности поля внутри экрана к напряженности внешнего поля (без экрана) может быть найден аналитически (см. приложение 3.1).

Коэффициент экранирования сферического экрана при однородном (до внесения экрана) поле равен (II-1.3)

$$S = \frac{H_i}{H_0} = \frac{1}{1 + \frac{2}{9} \left(1 - \frac{r_1^3}{r_0^3}\right) \left(\mu_r + \frac{1}{\mu_r} - 2\right)}, \quad (1)$$

где  $H_0$  - напряженность магнитного поля до внесения экрана;

$H_i$  - напряженность магнитного поля в полости экрана;

$r_1$  и  $r_0$  - внутренний и наружный радиусы экрана;

$\mu_r$  - относительная магнитная проницаемость материала экрана.

Если толщина стенки экрана  $d = r_2 - r_1$  значительно меньше его среднего радиуса и  $\mu_r \gg 1$ , формула упрощается

$$S \approx \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \mu_r \frac{d}{r_0}} \quad (1a)$$

Коэффициент экранирования цилиндрического экрана определяется [2]

$$S = \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{r_0^2 - r_1^2}{r_0^2} \left( \mu_r + \frac{1}{\mu_r} - 2 \right)}. \quad (1')$$

Если экран тонкостенный  $d \ll r_0$  и  $\mu_r \gg 1$ , то имеем

$$S = \frac{1}{1 + \mu_r \frac{d}{2r_0}}. \quad (1'a)$$

Для разъемного экрана на экранирование влияет ориентация стыка половинок экрана относительно поля.

При постоянном поле вредное влияние оказывает те стыки и щели, которые расположены поперек линий магнитного поля, так как при этом, щель создает значительное магнитное сопротивление магнитному потоку.

Экраны из ферромагнитного материала применяются для экранирования как постоянных, так и переменных полей невысокой частоты.

### Электромагнитное экранирование

При переменном поле к экранирующему действию элементарных токов в теле экрана добавляется экранирующее действие вихревых токов, возникающих в проводящей среде экрана. Вихревые токи по правилу Ленца стремятся ослабить вызвавший их переменный магнитный поток.

Экранирование при переменном поле объясняется, если рассмотреть процесс проникновения электромагнитной волны в проводящую среду.

Формулами, выведенными для постоянного поля можно пользоваться и для переменного поля до тех пор, пока толщина стенки мала по сравнению с практической глубиной проникновения электромагнитного поля [2]

$$b = 505 / \sqrt{f \mu_r \gamma},$$

где  $b$  - эквивалентная глубина проникновения поля (м);

$f$  - частота (Гц);

$\mu_r$  - относительная магнитная проницаемость;

$\gamma$  - удельная электропроводность (См/м).

Определение области частот, для которой применимы формулы для магнитоэстатического экранирования является одной из задач лабораторной работы.

В поле высокой частоты надежное экранирование можно обеспечить проводящей оболочкой из неферромагнитного материала. В идеальном

случае отсутствия щелей электромагнитное поле может проникнуть в экран только сквозь его стенки. Но периодическая электромагнитная волна быстро затухает при своем распространении в проводящей среде по мере удаления в глубь среды от поверхности, сквозь которую она проникает в проводящую среду. Это явление носит название поверхностного эффекта. Если толщина стенок экрана превосходит двойную практическую глубину проникновения электромагнитного поля, то достигается практически полное экранирование.

Точный расчет поля при электромагнитном экранировании возможен для простых форм замкнутых оболочек: шар, эллипсоид, длинный цилиндр (см. приложение 3.1).

Наиболее просто рассчитывается сферический экран. Теория сферического экрана имеет большое значение, так как часто можно замкнутые экраны различной формы приближенно заменять сферическим экраном. Например, цилиндрический замкнутый экран с диаметром поперечного сечения равным высоте, может быть приближенно заменен сферическим. Эквивалентный сферический экран должен иметь стенки той же толщины и примерно равный объем.

Вредная роль щелей при переменном поле может быть пояснена при помощи вектора Пойнтинга.

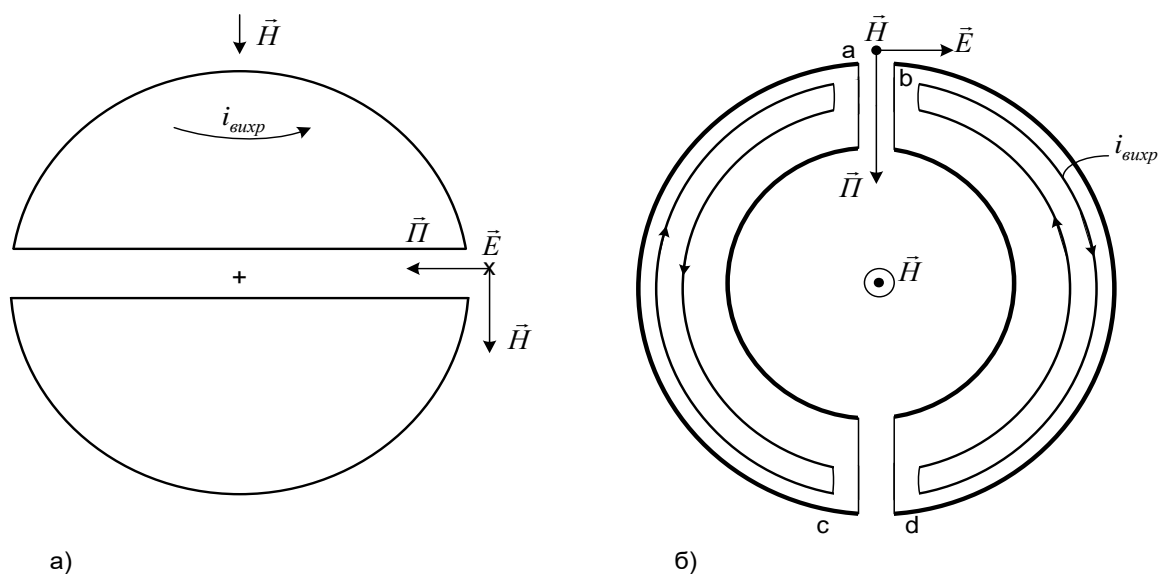


Рис.1

Пусть щель расположена поперек линий магнитного поля (рис.1а). В этом случае линии напряженности электрического поля касательны к краям щели. Поэтому вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$  одинаков в щели и в смежных с ней точках металлических стенок экрана. Если магнитная проницаемость  $\mu$  материала стенок экрана равна магнитной проницаемости воздуха в щели, т.е. если  $\mu = \mu_0$ , то и векторы напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  в щели и в стенках около щели будут также равны между собой. Поэтому и значение вектора Пойнтинга  $\vec{S} = [\vec{E} \cdot \vec{H}]$  в щели



будет тем же, что на поверхности стенок около щели, и при ничтожных размерах щели количество энергии, проникающей в единицу времени в полость экрана через щель, будет исчезающе мало. Такая щель не оказывает вредного влияния.

Иначе обстоит дело при таком же расположении щели в случае ферромагнитного экрана, т.е. при  $\mu \gg \mu_0$ . Линии магнитной индукции проходят перпендикулярно щели и, следовательно, равны между собой в щели и в стенках значения вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ . Напряженность же магнитного поля  $H$  в щели во много раз превосходит напряженность магнитного поля в стенках экрана. Поэтому и величина вектора Пойнтинга  $S$  в щели во много раз больше, чем на поверхности стенок. Это значит, что сквозь щель при сколь-нибудь заметных ее размерах устремляется в полость экрана мощный поток электромагнитной энергии. Но следует подчеркнуть, что мощность этого вредного потока энергии зависит от ширины щели, и при весьма узких щелях она должна изменяться пропорционально ширине щели. Скачок напряженности магнитного поля, при переходе из стенки в пространство щели, определяется только скачком магнитной проницаемости и не зависит от ширины щели. То же относится и к величине вектора Пойнтинга, т.е. величине плотности мощности потока электромагнитной энергии, проникающей сквозь стенки экрана и сквозь щель. Но величина самого потока энергии, проходящего через щель, будет расти с увеличением щели.

Рассмотрим теперь случай, когда щель расположена вдоль линий магнитного поля, и, следовательно, поперек линий напряженности электрического поля и линий электрического тока (рис.1б). Так как при этом линии магнитной индукции касательны к краям щели, то напряженность магнитного поля  $\vec{H}$  одинаково в щели и в стенках экрана около щели, независимо от свойств материала стенок, напряженность же электрического поля в щели оказывается во много раз больше, чем в стенках экрана. Дело в том, что сопротивление контакта в щели весьма велико по сравнению с сопротивлением пути тока по стенкам экрана. Ток почти совсем не переходит через место контакта и вынужден возвращаться вдоль внутренних поверхностей стенок экрана, как показано на рис.1б, на котором дан разрез экрана в плоскости, перпендикулярной к линиям магнитной индукции. Между точками  $a$  и  $b$  щели возникает напряжение  $U_{ab}$ , которое определяется величиной падения напряжения при прохождении тока вдоль внутренней поверхности стенки от точки  $a$  до точки  $c$  и величиной ЭДС, индуцируемой потоком  $\Phi$ , проникающим в полость экрана. Такое же напряжение появляется между точками  $d$  и  $c$ . Напряжение  $U_{ab}$  при узких щелях практически не зависит от ширины щели. Оно равно интегралу напряженности электрического поля от  $a$  до  $b$  по пути поперек щели, и, следовательно, чем уже щель, тем больше в ней напряженность электрического поля и, соответственно, величина вектора Пойнтинга. Приблизительно получается, что плотность мощности потока энергии в щели

обратно пропорциональна ширине щели, а мощность всего потока сквозь всю щель не зависит от ширины щели. Поэтому при узких щелях, расположенных вдоль линий магнитного поля, степень экранирования не зависит от ширины щели. При этом в случае экрана из ферромагнитного материала получается ничтожный экранирующий эффект. В случае же экрана из ферромагнитного материала остается экранирование, обусловленное только намагничиванием стенок экрана, т.е. действием элементарных токов в стенках экрана. Это действие аналогично тому, которое наблюдается и при постоянном токе. Отличие заключается лишь в том, что при постоянном поле намагничивается весь экран по всей толщине своих стенок, а при переменном поле при достаточно резком проявлении поверхностного эффекта намагничивается только небольшие слои металла, прилегающие к наружным и внутренним поверхностям стенок. Поэтому, если толщина стенок превышает двойную глубину проникновения поля в стенки, то экранирующее действие, при дальнейшем увеличении толщины стенок, при переменном поле мало зависит от толщины стенок.

На высоких частотах в качестве электромагнитного экрана могут использоваться проводящие неферромагнитные кольца. Если толщина кольца  $d > 5b$  ( $\approx$  длина волны), осуществляется практически полное экранирование.

На высоких частотах и сплошной электромагнитный экран можно для упрощенного расчета представить проводящим кольцом.

На рис.2а экран представлен проводящим кольцом, где  $r_{cp}$  - средний радиус кольца,  $r_{II}$  - средний радиус витков измерительной катушки. Оси кольца и измерительной катушки совпадают с направлением внешнего магнитного поля, индукция которого  $B_0$ .

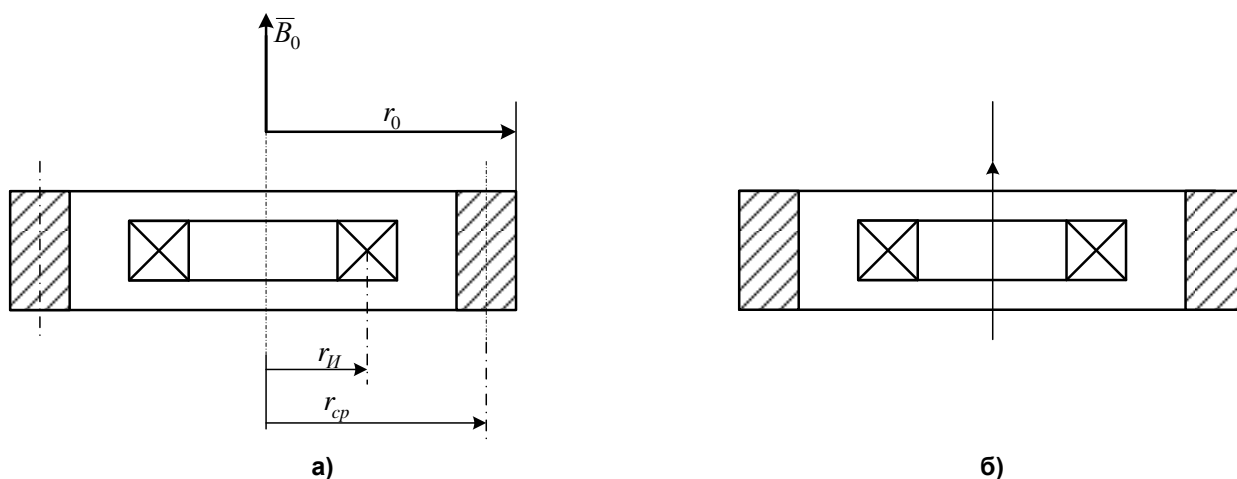


Рис.2 Кольцевой электромагнитный экран

При отсутствии экранирования поток  $\Phi_{И0}$ , пронизывающий измерительную катушку, и поток  $\Phi_0$ , пронизывающий окружность радиуса  $r_0$ , определяется как:

$$\Phi_{И0} \approx \pi r_{И}^2 B_0, \quad (3)$$

$$\Phi_0 \approx \pi r_{cp}^2 B_0. \quad (4)$$

Ток и ЭДС, наведенная внешним магнитным потоком в кольце, определяется как:

$$\dot{E} = -j\omega\Phi_0, \quad (5)$$

$$i = \frac{\dot{E}}{r + j\omega L}, \quad (6)$$

где  $r$  и  $\omega L$  - активное и индуктивное сопротивление кольца.

Чем толще кольцо, тем меньше  $r$  и  $\omega L$ , тем больше ток в кольце и эффективнее экранирование. Активное сопротивление и индуктивность, используемые в формуле (6) должны в общем случае находиться с учетом поверхностного эффекта. На частоте 50 Гц без значительной погрешности активное сопротивление  $r$  можно вычислять как сопротивление постоянному току, а индуктивность  $L$  - по формуле расчета индуктивности ферромагнитных колец кругового сечения [1]:

$$L \approx \mu_0 r_{cp} \left( \ln \frac{8r_{cp}}{a} - 1,75 \right), \quad (7)$$

где  $a$  - радиус круга, равновеликого поперечному сечению кольца.

Формула (7) выведена для колец круглого поперечного сечения радиуса  $a$ , в данном же случае сечение колец прямоугольное, но т.к. величина  $a$  находится под знаком логарифма, то замена прямоугольника эквивалентным кругом, не создает существенной погрешности.

Магнитный поток  $\Phi_{И}$  через измерительную катушку при наличии экранирующего кольца равен:

$$\dot{\Phi}_{И} \approx \dot{\Phi}_{И0} - M\dot{i} = \pi r_{И}^2 \dot{B}_0 - \frac{j\omega B_0 \pi r_{cp}^2 M}{r + j\omega L}, \quad (8)$$

где  $M$  - коэффициент взаимной индукции между бесконечно тонкими круговыми контурами, один из которых, радиуса  $r_{cp}$ , совпадает со средней линией кольца, а другой радиуса  $r_{И}$  - со средним витком измерительной катушки (см. приложение П.3-2).

Разделив обе части (8) на  $\Phi_{И0}$ , получим:

$$\frac{\dot{\Phi}_{И}}{\Phi_{И0}} = 1 - \frac{j\omega M_1}{r + j\omega L}. \quad (9)$$

Коэффициент экранирования определяется как модуль этого отношения:

$$S = \frac{\psi_u}{\psi_{u0}} = \frac{|\dot{\Phi}_{II}|}{|\Phi_{u0}|} = \left| 1 - \frac{j\omega M}{r + j\omega L} \right|. \quad (10)$$

Следует отметить, что ток кольца создает неоднородное магнитное поле, так что результирующее поле в области катушки в отличие от экранирования полым ферромагнитным шаром, становится также неоднородным (см.рис.2б).

### III. Лабораторное оборудование

Лабораторное оборудование включает в себя (рис.3) катушки Гельмгольца А, создающие внешнее магнитное поле, практически однородное в средней зоне, куда помещается измерительная катушка Б. На измерительную катушку можно одевать пустотелые разъемные экраны В или экранирующие кольца Г.

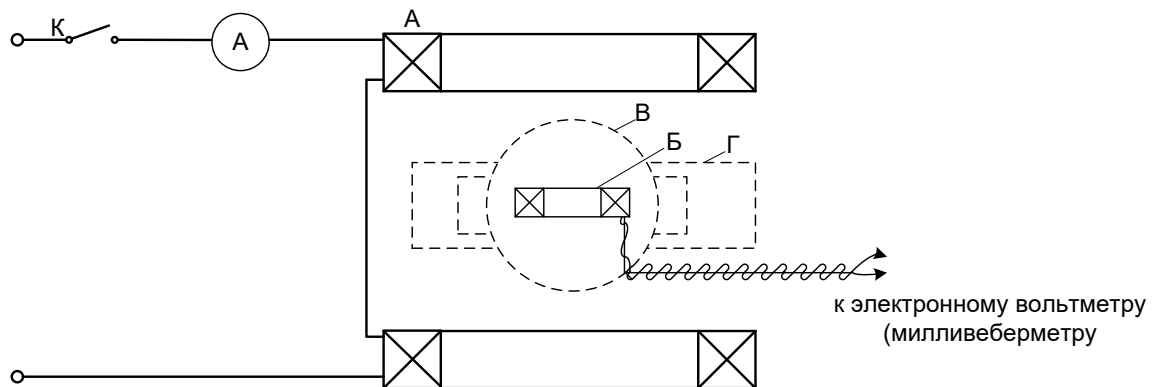


Рис.3

Напряжение, индуцируемое переменным магнитным полем в измерительной катушке, измеряется электронным вольтметром.

Измерение магнитного потока при отсутствии и наличии экрана на постоянном токе производится милливеберметром.

### IV. Подготовка к работе

4.1. Изучить приведенные в методических указаниях сведения об экранировании.

4.2. Определить для заданных ферромагнитных экранов коэффициент магнитоэкранирования.

4.3. Подготовить табл. 3.1÷3.4 для записи результатов расчета и измерений.

4.4. Рассчитать для заданного набора экранов коэффициенты магнитоэкранирования и коэффициенты электромагнитного экранирования для значений частоты, заданных преподавателем.

## V. Методические указания по проведению эксперимента и по обработке результатов эксперимента

1. Собрать схему и произвести измерения для исследования магнитоэкранирования (рис.4).

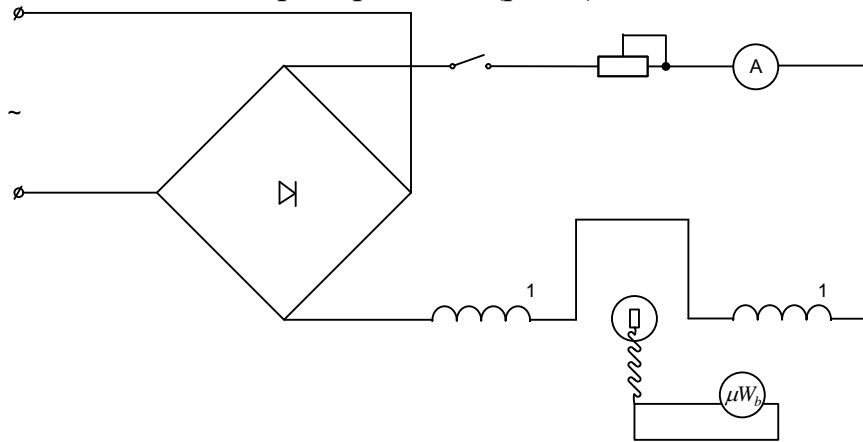


Рис.4

Катушки Гельмгольца включаются последовательно и согласно.

Произвести необходимые измерения потокосцепления измерительной катушки микроамперметром для заданного набора экранов.

2. По данным опыта рассчитать опытные значения коэффициента магнитоэкранирования:  $S = \psi_u / \psi_{u0}$ .
3. Собрать схему установки для исследования экранирования в переменном поле. Катушки подключаются к источнику переменного тока. К измерительной катушке подключается электронный вольтметр.
4. Произвести необходимые измерения при варьировании частоты (для заданного набора экранов) для следующих случаев:
  - экран отсутствует;
  - установлены замкнутые (геометрически) экраны:
    - а) экран устанавливается щелью перпендикулярно магнитному потоку;
    - б) экран устанавливается щелью параллельно магнитному потоку.
5. По данным опыта рассчитать опытные значения коэффициента электромагнитного экранирования,  $S = U / U_0$ . Здесь  $U$  и  $U_0$  напряжения, измеренные электронным вольтметром соответственно при наличии и отсутствии экрана.

## VI. Анализ полученных результатов

Следует проследить влияние щели между половинами ферромагнитных экранов. На малой частоте при расположении щели вдоль линий магнитного поля должны получать больший коэффициент экранирования, чем при расположении щели поперек линий поля.

При расположении щели поперек линий поля появляется большое магнитное сопротивление на пути магнитного потока.

Рассчитанные теоретические значения коэффициента экранирования на малой частоте следует сопоставить с результатами измерения при расположении щели вдоль линий магнитного поля. При таком расположении щели она не оказывает сопротивления магнитному потоку, и коэффициент экранирования получается практически такой же, как и при полном отсутствии щели.

Следующее сопоставление необходимо произвести между цилиндрическими и сферическими экранами при одинаковых толщинах стенок и одинаковых расположениях щели. Выясняется при этом интересное обстоятельство: коэффициент экранирования имеет одинаковый порядок у тех и других экранов при одинаковых их габаритах.

Аналогичный анализ следует произвести на высокой частоте. Теперь расположение щели вдоль линий магнитного поля весьма вредно, так как электрическое сопротивление стыка между обоими половинами экрана получается столь большим, что ток практически не проходит через место стыка и вынужден возвращаться около внутренних поверхностей стенок экрана. Вследствие этого экранирующее действие вихревых токов практически сводится к нулю.

Расположение щелей поперек линий магнитного поля не препятствует развитию вихревых токов в стенках экрана. Для этого случая следует сопоставить экспериментальные значения коэффициента экранирования с результатами расчета на высокой частоте.

Вредная роль щелей может быть пояснена проникновением поля через щель.

Таблица 3.1

## Исследование магнитостатического экранирования

$$I = \dots, \quad r_1 = \dots, \quad r_2 = \dots, \quad \mu_r = \dots, \quad S_{сф} = \dots, \quad S_u = \dots, \quad \psi_{u0} = \dots$$

	Цилиндрический экран		Сферический экран	
	$\psi_u, мкВб$	$S$	$\psi_u, мкВб$	$S$
Щель вдоль поля				
Щель поперек поля				

Таблица 3.2

Исследование замкнутых (геометрических) экранов в переменном поле

$$r_1 = \dots, r_0 = \dots, U_0 = \dots$$

		Ферромагнитный экран $\gamma = \dots$				Неферромагнитный экран $\gamma = \dots$			
		Сферичес.		Цилиндр.		Сферич.		Цилиндр.	
$f, \text{Гц}$		$U, \text{мВ}$	$S$	$U, \text{мВ}$	$S$	$U, \text{мВ}$	$S$	$U, \text{мВ}$	$S$
50	Расчет								
	Опыт	Щель паралл. потоку							
		Щель перпенд. потоку							

Таблица 3.3

Расчет параметров кольцевых экранов  $\gamma = \dots$

Номер «к» кольца	$r_1, \text{см}$	$r_0, \text{см}$	$h, \text{см}$	$r, \text{мОм}$	$L, \text{мГн}$	$M_{ик}, \text{мГн}$
1						
2						

Таблица 3.4

Исследование электромагнитного экранирования алюминиевыми кольцами  $U_0 = \dots$

		Кольца					
		1		2		3	
$f, \text{Гц}$		$U, \text{мВ}$	$S$	$U, \text{мВ}$	$S$	$U, \text{мВ}$	$S$
50	Расчет						
	Опыт						

## VII. Контрольные вопросы

1. В чем сущность магнитного экранирования?
2. В чем сущность электромагнитного экранирования?
3. Как выбрать толщину электромагнитного экрана?
4. Как выбрать материал для электромагнитного экрана?
5. Как зависит коэффициент магнитного экранирования от магнитной проницаемости?
6. Нарисовать и объяснить приблизительную картину магнитного поля вблизи и внутри электромагнитного экрана.
7. Нарисовать и объяснить приблизительную картину магнитного поля вблизи магнитного экрана.
8. Как связано направление вихревого тока в электромагнитном экране с направлением внешнего магнитного поля на протяжении большей части периода переменного тока? Пояснить графиком.

9. Объяснить влияние стыков в экране на коэффициент экранирования при различной ориентации стыков относительно магнитного потока для случаев магнитного и электромагнитного экранирования.

### Приложение П.3.1

#### Электромагнитные экраны

##### I. Сферический экран в постоянном однородном магнитном поле

Ориентируем сферическую систему координат  $r, \theta, \varphi$  так, чтобы ось  $Z$  совпала с направлением внешнего поля и начало координат совместим с центром сферы. Рассмотрим поле в воздушном пространстве (внутри и вне экрана). Потенциал помехонесущего поля равен

$$U_{M_0} = -H_0 r \cos \theta . \quad (\text{П-1.1})$$

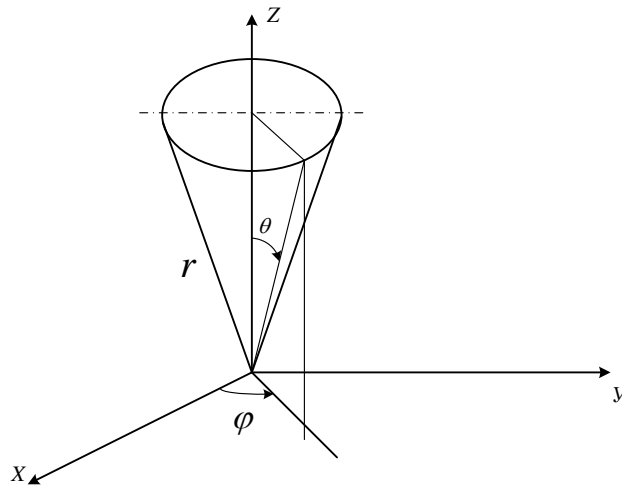


Рис. П-3.1.1

Потенциал результирующего поля должен удовлетворять дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial U_M}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial U_M}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (\text{П-1.2})$$



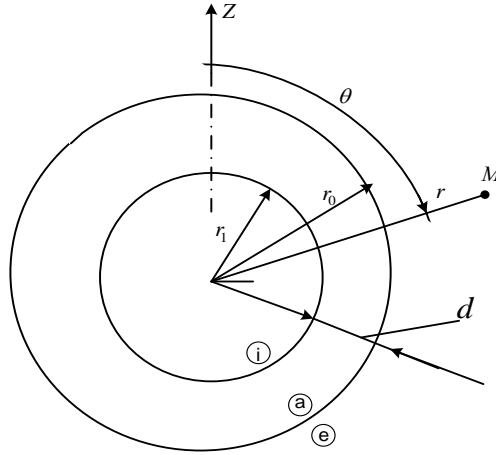


Рис. П-3.1.2

и после подстановки в уравнение (П-1.2) найдем для  $f(r)$  дифференциальное уравнение

$$(r^2 f')' - 2f = 0.$$

Подстановкой  $f(r) = r^n$  найдем оба решения

$$f(r) = \begin{cases} r \\ 1/r^2 \end{cases}.$$

Общее решение имеет вид

$$U_{Mk} = (A_k r + B_k \frac{1}{r^2}) \cos \theta, \quad k = i, a, e.$$

Из полученного решения видно, что результирующее поле складывается из внешнего однородного поля и поля некоторого эквивалентного диполя в центре экрана.

Это решение при  $r \gg r_0$  должно переходить в  $U_{M_0}$ , тогда  $A_e = -H_0$ .

Придадим выражению  $U_M$  следующий вид

$$U_{Me} = -H_0 (r + \frac{r_0^3}{r^2} W_e) \cos \theta \quad \text{для } r \geq r_0,$$

где  $W_e$  - неизвестная постоянная, которая называется коэффициентом обратного действия экрана.

Запишем выражения составляющих напряженности

$$H_{re} = -\frac{\partial U_{Me}}{\partial r} = H_0 (1 - \frac{2r_0^3}{r^3} W_e) \cos \theta,$$

$$H_{\theta e} = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_{Me}}{\partial \theta} = -H_0 (1 + \frac{r_0^3}{r^3} W_e) \sin \theta.$$

Для внутреннего пространства решение при  $r=0$  не должно обращаться в бесконечность. Поэтому

$$U_{Mi} = -H_i r \cos \theta = S U_{M_0},$$

$$H_{ri} = H_i \cos \theta = S H_0 \cos \theta,$$

$$H_{\theta i} = -H_i \sin \theta = -SH_0 \sin \theta,$$

где  $S = \frac{H_i}{H_0}$  - коэффициент экранирования.

Составляющие напряженности магнитного поля в экране имеют вид:

$$H_{r_a} = -\frac{\partial U_{Ma}}{\partial r} = -(A_1 - A_2 \frac{2}{r^3}) \cos \theta,$$

$$H_{\theta_a} = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_{Ma}}{\partial \theta} = (A_1 + A_2 \frac{1}{r^3}) \sin \theta.$$

Постоянные интегрирования  $S$ ,  $W_e$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  определяются из граничных условий:

при  $r = r_1$

$$H_{\theta i} = H_{\theta a} \text{ или } -SH_0 = A_1 + A_2 \frac{1}{r_1^3}$$

и

$$\mu_0 H_{r_i} = \mu H_{r_a} \text{ или } \mu_0 SH_0 = \mu(-A_1 + A_2 \frac{2}{r_1^3})$$

при  $r = r_0$

$$H_{\theta a} = H_{\theta e} \text{ или } A_1 + A_2 \frac{1}{r_0^3} = -H_0(1 + W_e)$$

и

$$\mu H_{r_a} = \mu_0 H_{r_e} \text{ или } \mu(A_1 - A_2 \frac{2}{r_0^3}) = \mu_0 H_0(1 - 2W_e).$$

Из полученной системы уравнений можно определить коэффициент экранирования сферического экрана

$$S = \frac{H_i}{H_0} = \frac{1}{1 + \frac{2}{9} \left(1 - \frac{r_1^3}{r_0^3}\right) \left(\frac{\mu_0}{\mu} + \frac{\mu}{\mu_0} - 2\right)} \quad (\text{П-I.3})$$

В случае тонкостенного ферромагнитного экрана ( $d = r_0 - r_1 \ll r_0$ ,  $\mu_r \gg 1$ ) имеем

$$S \approx 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{d}{r_0} \mu_r. \quad (\text{П-I.3a})$$

## II. Тонкостенный сферический экран в переменном поле

Уравнения и решения для скалярного магнитного потенциала в воздухе будет таким же как и для случая постоянного поля (см. п.I).

Получим решение для стенок экрана.

Будем считать, что  $d \ll r_0$  и что поэтому допустимо пренебречь изменением радиуса по толщине экрана. При таком допущении  $\vec{E}$  будет иметь только одну составляющую в направлении координаты  $\varphi$ , определяющуюся уравнением

$$\text{rot}_\varphi(\text{rot}_r \vec{E} + \text{rot}_\theta \vec{E}) + k^2 \vec{E} = 0$$

или

$$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r^2 E) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot E) \right] - k^2 E = 0.$$

С учетом, что  $d \ll r_0$ , имеем

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r_0^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot E) \right] - k^2 E = 0.$$

Будем искать  $E$  в виде  $E = f(r) \sin \theta$ , тогда для определения  $f(r)$  получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$f'' - \left( \frac{2}{r_0^2} + k^2 \right) f = 0.$$

Решение для напряженности электрического поля будет иметь вид

$$E = (Ae^{k_1 r} + Be^{-k_1 r}) \sin \theta \text{ для } r_0 - d \leq r \leq r_0,$$

где  $k_1^2 = k^2 + 2/r_0^2$ ,  $k^2 = j\omega\mu\gamma$ .

Определим составляющие напряженности магнитного поля

$$j\omega\mu H_r \approx -\frac{1}{r_0 \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot E_\varphi) = -\frac{2}{r_0} (Ae^{k_1 r} + Be^{-k_1 r}) \cos \theta,$$

$$j\omega\mu H_\theta \approx \frac{\partial \dot{E}}{\partial r} = K_1 (Ae^{k_1 r} - Be^{-k_1 r}) \sin \theta.$$

Введем обозначения

$$A^* = \frac{Ae^{k_1(r_0-d)}}{j\omega r_0}, \quad B^* = \frac{Be^{-k_1(r_0-d)}}{j\omega r_0}.$$

Тогда

$$\mu H_r \approx -2(A^* e^{k_1[r-(r_0-d)]} + B^* e^{-k_1[r-(r_0-d)]}) \cos \theta;$$

$$\mu H_\theta \approx k_1 r_0 (A^* e^{k_1[r-(r_0-d)]} - B^* e^{-k_1[r-(r_0-d)]}) \sin \theta.$$

На основе непрерывности нормальной составляющей индукции и касательной на составляющей напряженности магнитного поля на наружной поверхности ( $r = r_0$ ) имеем

$$-2(A^* e^{k_1 d} + B^* e^{-k_1 d}) = \mu_0 H_0 (1 - 2W_e),$$

$$\frac{k_1}{\mu_0} r_0 (A^* e^{k_1 d} - B^* e^{-k_1 d}) = -H_0 (1 + W_e).$$

На внутренней поверхности ( $r = r_0 - d$ ) аналогично имеем:

$$-2(A^* + B^*) = \mu_0 S H_0;$$

$$\frac{k_1}{\mu_0} r_0 (A^* - B^*) = -S H_0,$$

откуда величина коэффициента экранирования будет равна

$$\dot{S} = \frac{1}{chk_1d + \frac{1}{3}\left(K + \frac{2}{K}\right)shk_1d}, \quad (\text{П-2.1})$$

где  $K = \frac{\mu_0}{\mu} k_1 r_0$ .

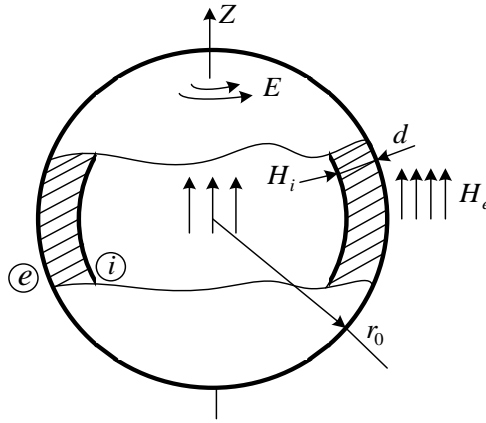


Рис.П-3.1.3

При предельном значении частоты равном нулю получаем магнитоэкранирование. Коэффициент экранирования при этом равен (сравни П-1.3а)

$$S = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \mu_r \frac{d}{r_0}}. \quad (\text{П-2.1а})$$

Из полученных результатов можно сделать следующие заключения:

1) В сферическом экране внутреннее поле также однородно и для его расчета достаточно знать величину коэффициента экранирования. Коэффициент экранирования выражается комплексным числом, т.е. комплексным будет отношение между напряженностью внутреннего поля  $\dot{H}_i$  и напряженностью  $\dot{H}_0$  до внесения экрана.

2) Обратное действие сферического экрана на внешнее поле эквивалентно действию диполя, помещенного в центр сферы, момент которого пропорционален  $W_e$  и растет пропорционально кубу радиуса сферы.

### III. Тонкостенный длинный цилиндрический экран в продольном переменном поле

Будем полагать экран достаточно длинным, чтобы в среднем сечении можно было пренебречь краевым эффектом.

Направим ось  $Z$  цилиндрической системы координат по оси цилиндра. Уравнение поля в проводящей среде имеет вид

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\dot{H}}{dr} \right) - k^2 \dot{H} = 0, \text{ где } k^2 = j\omega\mu\gamma.$$

Будет считать, что рассматриваемая цилиндрическая оболочка тонкостенная ( $d \ll r_0$ ). Тогда можно пренебречь изменением  $r$  в толще металлической стенки и рассматривать уравнение

$$\frac{d^2 \dot{H}}{dr^2} - k^2 \dot{H} = 0,$$

общее решение которого для воздушной среды ( $k = 0$ ) будет

$$\dot{H} = C_1 r + C_2.$$

Так как напряженность поля нигде не может становиться бесконечно большой, то во внешней области постоянная  $C_1 = 0$ .

Так как при достаточном удалении внешнее поле должно совпадать с однородным полем помех, то, очевидно

$$C_2 = H_0$$

и для внешнего пространства имеем

$$H = H_0 \text{ для } r \geq r_0 + d.$$

Отсюда следует, что в данном случае экран не влияет на внешнее поле.

Внутреннее магнитное поле будет также однородным и

$$H = H_i \text{ для } r \leq r_0.$$

Для применения граничных условий необходимо определить напряженность электрического поля  $E_\varphi = E$ .

$$\text{rot}_z \dot{E} = \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} (r \dot{E}_\varphi) = -j\omega\mu \dot{H}_z.$$

Отсюда определяем

$$\dot{E}_i = \dot{E}_\varphi = -j\omega\mu_0 \dot{H}_i \frac{r}{2} = -\frac{\mu_0}{\mu} \cdot \frac{k^2}{\gamma} \dot{H}_i \frac{r}{2} \text{ при } r \leq r_0 - d.$$

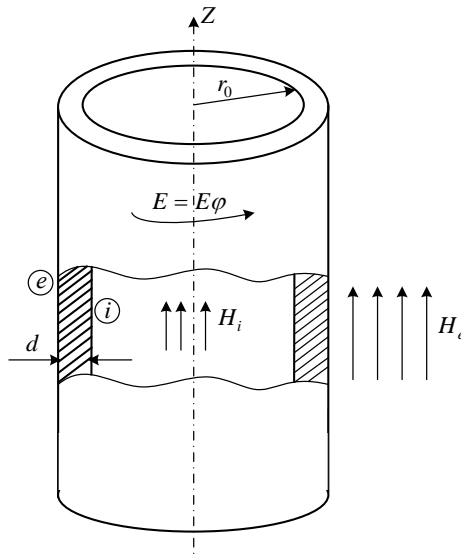


Рис.П-3.1.4

Постоянную интегрирования здесь приняли равной нулю, так как  $E(r=0)=0$ .

Решение внутри металлической стенки имеет вид

$$\dot{H} = Ae^{kr} + Be^{-kr}.$$

Напряженность электрического поля определяется из соотношения (уравнение Максвелла)

$$\dot{E}_\varphi = \dot{E} = r_0 t_\varphi \dot{H} = -\frac{1}{\gamma} (Ae^{+kr} - Be^{-kr}).$$

Введем для удобства новые постоянные интегрирования

$$A^* = Ae^{kr_0}, B^* = Be^{-kr_0}.$$

Определим постоянные  $A^*$ ,  $B^*$ ,  $\dot{H}_i$ .

Из условия непрерывности напряженности магнитного поля на внешней поверхности  $r = r_0 + d$ , имеем

$$A^* e^{kd} + B^* e^{-kd} = \dot{H}_0.$$

При  $r = r_0$  на внутренней поверхности будет

$$A^* + B^* = \dot{H}_i.$$

Из условия непрерывности напряженности электрического поля на внутренней поверхности получаем

$$A^* - B^* = K\dot{H}_i,$$

где  $K = \frac{\mu_0}{\mu} k \frac{r_0}{2}$ .

Решая полученные уравнения, можем определить постоянные интегрирования.

Искомое выражение напряженности  $\dot{H}_i$  в экранированном пространстве определяется

$$\dot{H}_i = \dot{H}_0 \frac{1}{chkd + Kshkd}.$$

Коэффициент экранирования определим как

$$\dot{S} = \frac{\dot{H}_i}{\dot{H}_0} = \frac{1}{chkd + Kshkd}. \quad (\text{П-3.I})$$

Из полученных решений можно сделать замечания.

1) Следует отметить наличие двух областей частот. Низкими частотами называем частоты, при которых толщина стенки экрана меньше эквивалентной глубины проникновения электромагнитной волны

$$d < b = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}} = \frac{505}{\sqrt{f\mu_r\gamma}}.$$

Частоты, при которых  $b < d$  будем считать высокими; в области высоких частот происходит вытеснение тока к поверхности стенки экрана (поверхностный эффект). При низких частотах ( $d < b$ ) явление

поверхностного эффекта незначительно и экран ведет себя как короткозамкнутый виток, сопротивление стенок которого совпадает с сопротивлением постоянному току. В этом случае можно принять  $chkd \approx 1$  и  $shkd \approx kd$ . При наличии поверхностного эффекта ( $d > b$ ) (при высокой частоте) значение коэффициента экранирования резко убывает по экспоненциальному закону. Здесь можно допустить приближения:  $chkd \approx shkd \approx \frac{1}{2} e^{kd}$ .

Вследствие того, что направление поля параллельно поверхности экрана, при нулевой частоте (т.е. в постоянном поле) получаем значение коэффициента экранирования I. Магнитоэстатическое экранирование в этом случае окажется равным нулю.

#### IV. Цилиндрический тонкостенный экран в поперечном переменном поле

Выберем цилиндрическую систему координат (рис.П-3.1.5). Магнитное поле имеет две составляющие  $H_r$  и  $H_\varphi$

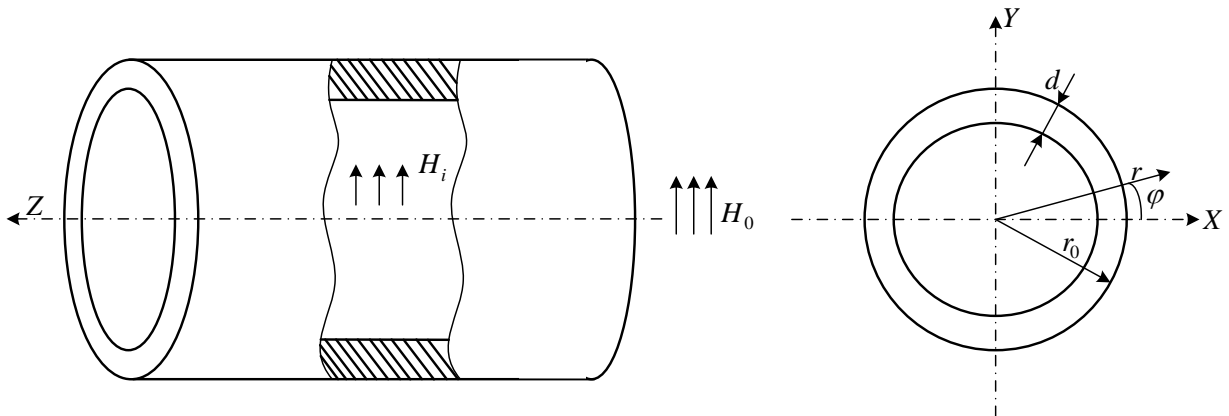


Рис. П-3.1.5

Воспользуемся потенциалом  $U_M$  ( $\vec{H} = -grad U_M$ ).

На достаточном удалении от экрана рассчитываемое поле переходит в однородное помехонесущее поле с потенциалом  $U_{M_0}$ . Имеем

$$\frac{dU_{M_0}}{dy} = -H_0 = const,$$

откуда

$$U_M = -H_0 y = -H_0 r \sin \varphi.$$

В соответствии с этим результатом примем для  $U_M$  выражение

$$U_M = f(r) \sin \varphi,$$

и подставим это выражение в дифференциальное уравнение

$$\Delta^2 U_M = 0,$$

которое в полярных координатах имеет вид

$$\frac{\partial^2 U_M}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_M}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 U_M}{\partial \varphi^2} = 0.$$

Для функции  $f(r)$  мы получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$f'' + \frac{1}{r} f' - \frac{1}{r^2} f = 0.$$

Подставим функцию  $f = r^n$ , определим оба решения ( $n = \pm 1$ ) в виде

$$f = \begin{cases} r \\ \frac{1}{r} \end{cases}.$$

Общее выражение потенциала во внешнем пространстве получится путем сложения обоих решений

$$U_M = -H_0 \left( r + \frac{r_0^2}{r} W_e \right) \sin \varphi \text{ при } r \geq r_0.$$

Это решение содержит неопределенную постоянную  $W_e$  (коэффициент обратного действия экрана).

Определим составляющие напряженности магнитного поля:

$$H_r = -\frac{\partial U_M}{\partial r} = H_0 \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} W_e \right) \cdot \sin \varphi,$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_M}{\partial \varphi} = H_0 \left( 1 + \frac{r_0^2}{r^2} W_e \right) \cos \varphi.$$

Так как напряженность поля не может обращаться в бесконечность, то решение для внутренней области должно иметь вид

$$U_{M_i} = -H_i r \sin \varphi = S U_{M_0} \text{ для } r \leq r_0 - d,$$

где  $H_i$  - напряженность  $H_i$  и коэффициент экранирования  $S$  - пока неизвестные величины. Составляющие  $\vec{H}_i$  определяются:

$$H_r = H_i \sin \varphi = S H_0 \sin \varphi,$$

$$H_\varphi = H_i \cos \varphi = S H_0 \cos \varphi.$$

Рассчитаем напряженность электрического поля в металлической стенке. Напряженность электрического поля имеет только одну компоненту.

Примем условие тонкостенности экранной оболочки ( $d \ll r_0$ ), в силу которого можно пренебречь изменением  $r$  в толщине металлической стенки. Тогда

$$\Delta^2 \dot{E} = \frac{\partial^2 \dot{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \dot{E}}{\partial \varphi^2} = k^2 \dot{E}.$$

Будем искать решение в виде  $f(r) \cos \varphi$  (определяется видом  $H$ ).  
Определив  $f(r)$  получим

$$\dot{E} = (Ae^{k_1 r} + Be^{-k_1 r}) \cos \varphi \text{ для } r_0 - d \leq r \leq r_0,$$

где из уравнения Максвелла  $\text{rot} \vec{\dot{E}} = -j\omega \mu \vec{\dot{H}}$  получаем



$$j\omega\mu\dot{H}_r = -\frac{\partial\dot{E}}{r\partial\varphi} = (Ae^{k_1r} + Be^{-k_1r})\frac{\sin\varphi}{r},$$

$$j\omega\mu\dot{H}_\varphi = -\frac{\partial\dot{E}}{\partial r} = k_1(Ae^{k_1r} - Be^{-k_1r})\cos\varphi.$$

Введем обозначения

$$A^* = \frac{Ae^{k_1(r_0-d)}}{j\omega r_0\mu_0}, \quad B^* = \frac{Be^{-k_1(r_0-d)}}{j\omega r_0\mu_0}.$$

Тогда

$$\mu H_r \approx A^* e^{k_1[r-(r_0-d)]} + B^* e^{-k_1[r-(r_0-d)]},$$

$$\mu H_\varphi \approx k_1(A^* e^{k_1[r-(r_0-d)]} - B^* e^{-k_1[r-(r_0-d)]}).$$

Из граничных условий имеем уравнения.

При  $r = r_0$

$$A^* e^{k_1d} + B^* e^{-k_1d} = \mu_0 H_0 (1 - W_e),$$

$$K_1(A^* e^{k_1d} - B^* e^{-k_1d}) = H_0 (1 + W_e),$$

где  $K_1 = \left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)k_1 r_0$ .

При  $r = r_0 - d$

$$A^* + B^* = \mu H_0 \dot{S},$$

$$K_1(A^* - B^*) = H_0 \dot{S}.$$

Решая полученные уравнения, получим выражение коэффициента экранирования

$$\dot{S} = \frac{1}{chk_1d + \frac{1}{2}\left(K_1 + \frac{1}{K_1}\right)shk_1d}. \quad (\text{П-4.1})$$

Замечания:

При предельном значении частоты равном нулю получаем магнитоэкранирование, обусловленное замыканием магнитного потока в экране. Коэффициент при этом будет равен:

$$S = \frac{1}{1 + \frac{\mu d}{2\mu_0 r_0}} \quad \text{для } k \rightarrow 0 \text{ и } \mu \gg \mu_0 \quad (\text{П-4.1a})$$

Экран в данном случае оказывает на внешнее поле обратное действие. Это обратное действие эквивалентно действию диполя, расположенного по оси цилиндра, момент которого пропорционален коэффициенту обратного действия.

## Приложение 3.2

### Расчет взаимной индуктивности двух контуров

Предполагаем, что контуры находятся в воздухе и материал проводников не ферромагнитный. Принимаем всюду  $\mu = \mu_0$ . Коэффициент взаимной индукции определяется как отношение потокосцепления  $\psi_{21}$  со вторым контуром, обусловленное током  $i_1$  в первом контуре

$$M_{21} = \frac{\psi_{21}}{i_1}. \quad (\text{П-1})$$

В случае если второй контур имеет один виток, то

$$\psi_{21} = \Phi_{21} = \oint_{l_2} \vec{A}_2 d\vec{l}_2, \quad (\text{П-2})$$

где  $A_2$  - значения векторного потенциала на контуре. Величина  $A_2$  - векторного потенциала на оси второго, определяемого током  $i_1$ , протекающим в первом контуре имеет выражение (см. § 28.2 [1]):

$$A_2 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} f(k), \quad (\text{П-3})$$

где

$$k^2 = \frac{4R_1 R_2}{h^2 + (R_1 + R_2)^2}. \quad (\text{П-4})$$

Здесь (см. рис. П-3.2.1)  $R_1$  и  $R_2$  - радиусы контуров,  $h$  - расстояние между их центрами. Функция  $f(k)$  задана табличным способом в табл. П-3.2.1. Она может быть представлена через полные эллиптические интегралы первого и второго рода (см. § 27-16 [1]). Вектор  $\vec{A}$  касателен к оси проводника второго контура и в силу симметрии имеет одинаковую величину вдоль всего второго контура. Следовательно, потокосцепление взаимной индукции со вторым контуром, обусловленное током  $i_1$  в первом контуре получается равным:

$$\psi_{21} = A_2 \oint_{l_2} d\vec{l}_2 = A_2 l \pi R_2 = \mu_0 i_1 \sqrt{R_1 R_2} f(k).$$

Таким образом, взаимная индуктивность выражается формулой:

$$M_{12} = M_{21} = M = \mu_0 \sqrt{R_1 R_2} f(k). \quad (\text{П-5})$$

Таблица П-3.2.1

$k$	$f(k)$	$k$	$f(k)$
0.20	0.0016	0.60	0.0670
0.22	0.0020	0.62	0.0640
0.24	0.0028	0.64	0.070
0.26	0.0037	0.66	0.084
0.28	0.0045	0.68	0.0960
0.30	0.0056	0.70	0.1080
0.32	0.0070	0.72	0.1240
0.34	0.0085	0.74	0.1420
0.36	0.0102	0.76	0.1560
0.38	0.0120	0.78	0.1760
0.40	0.0140	0.80	0.2020
0.42	0.0156	0.82	0.2200
0.44	0.0184	0.84	0.2600
0.46	0.0220	0.86	0.3200
0.48	0.0260	0.88	0.3800
0.50	0.0300	0.90	0.4300
0.52	0.0340	0.92	0.5000
0.54	0.0400	0.94	0.5800
0.56	0.0450	0.96	0.7200
0.58	0.0500	0.98	0.9600

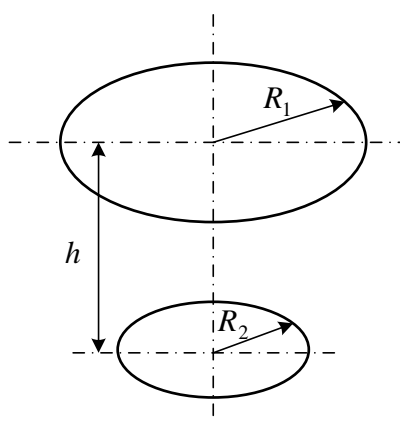


Рис.П-3.2.1

## ЛИТЕРАТУРА

1. Теоретические основы электротехники; В 3-х томах. Учебник для ВУЗов. Том 3. – 4-е изд. /К.С.Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В.Коровкин, В.Л.Чечурин. –СПб.: Питер. 2003. – 377с.: ил.
2. Л.А.Бессонов. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. М., «Высшая школа», 1978.

## Лабораторная работа № 4

### «Исследование распределения переменного тока в плоской шине»

**Цель работы:** экспериментальная и расчётная оценка неравномерности распределения переменного тока промышленных частот в тонкой плоской шине.

**Описание установки.** Исследование распределения тока в тонкой плоской шине проводится на специальной электротехнической установке, смонтированной в лаборатории теории электромагнитного поля. Установка питается от регулируемого источника тока фиксированных частот 50, 400 и 1000 Гц. Для измерения тока в цепи установлен амперметр.

Исследование распределения тока в шине производится токоизмерительными клещами. Измеряется электродвижущая сила, создаваемая магнитным полем измеряемого тока в измерительной катушке. С целью концентрации поля и увеличения ЭДС измерительной катушки, измерительная обмотка размещена на 2 ферритовых магнитопроводах.

#### Основы теории.

При протекании по проводнику переменного электрического тока внутри проводника в каждой его точке создаётся вихревое магнитное поле, описываемое первым законом Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{\delta}.$$

Результирующее поле проводника с током может быть представлено эллипсоидными магнитными силовыми линиями, частично охватывающими проводник с током. На рис. 1 показано сечение проводника с током и одна из силовых линий магнитного поля. Ток в проводнике направлен «от наблюдателя».

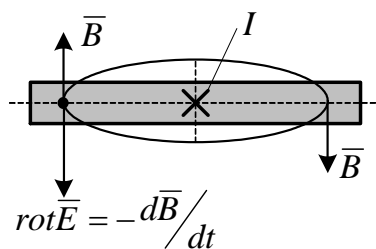


Рис.1

Изменяющееся магнитное поле в свою очередь создаёт переменное вихревое электрическое поле, направленное противоположно вектору магнитной индукции

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}.$$

Вихревое электрическое поле, возникающее в проводнике, накладывается на электрическое поле, созданное внешним источником тока, что приводит к перераспределению плотности тока по сечению проводника.

Для оценки характера воздействия вихревого электрического поля на поле внешнего источника тока, разобьём поверхность проводника на элементарные площадки и рассмотрим одну из них, как показано на рис. 2.

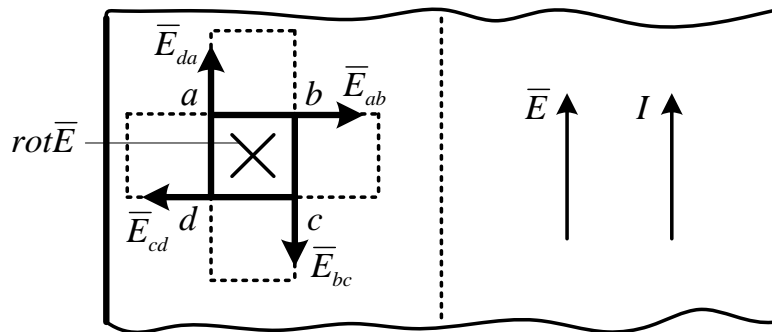


Рис. 2

Площадка  $abcd$  пронизывается магнитным потоком индукцией  $B$ . Для указанной площадки в соответствии с законом электромагнитной индукции, имеем

$$\int_s B ds = \oint_l E dl = E_{da} * ad + E_{bc} * bc .$$

Векторы  $E_{ab}$  и  $E_{cd}$  не учитываем, так как вследствие плоской параллельности поля по длине проводника они полностью компенсируются противоположно направленными векторами соседних площадок, расположенных сверху и снизу от рассматриваемой.

Сопоставляя направления векторов  $E, E_{ad}, E_{bc}$  (где  $E$  – напряженность поля внешних сил), отмечаем, что на стороне площадки ближе к краю проводника направления векторов внешнего и вихревого электрических полей совпали. Следовательно, ближе к краю проводника напряжённость электрического поля возросла. Ближе к краю проводника увеличилась и плотность тока. Ближе к середине проводника векторы напряженности внешнего и вихревого электрических полей оказались направленными встречно друг к другу. Следовательно, здесь произошло ослабление напряжённости внешнего электрического поля и уменьшение плотности тока. В соседних микроплощадках имеют место точно такие же процессы.

С учётом сказанного результирующее влияние вихревого электрического поля на плотность тока в проводнике оказывается зависящим от расположения исследуемой точки в сечении проводника. Минимальная напряжённость результирующего электрического поля оказывается в середине проводника, максимальная – на его краях. Соответственно изменяется и плотность электрического тока по сечению проводника.

Так как напряжённость вихревого электрического поля определяется скоростью изменения магнитной индукции, то с повышением частоты источника тока явление неравномерного распределения плотности тока проявляется всё более отчётливо. Начиная с определённых частот, напряжённость вихревого магнитного поля может оказаться сопоставимой с напряжённостью внешнего поля. Тогда ток проводника окажется

практически полностью вытесненным к его границам. Более точное описание перераспределения тока в проводнике при высоких частотах можно получить на базе волновых характеристик поля.

Точный теоретический расчёт распределения плотности переменного тока по сечению плоского проводника достаточно сложен. Для практических целей чаще применяются экспериментальные формулы. Так для расчёта распределения тока в тонких плоских проводниках для промышленных частот переменного тока рекомендуют применять следующую экспериментальную формулу

$$k_{\delta} = \frac{\delta_x}{\delta_{cp}} = \frac{k_1}{\sqrt{1 - k_2 \left(1 - \frac{2x}{b}\right)^2}},$$

где -  $k_{\delta}$  - относительная плотность тока на расстоянии  $x$  от края шины,

$\delta_x$  - плотность тока на расстоянии  $x$  от края шины,

$\delta_{-p} = I/bh$  - средняя плотность тока в шине,

$I$  - ток в проводнике,

$b$  - ширина шины,  $h$  - толщина шины,

$K_1, K_2$  - экспериментальные коэффициенты, зависящие от частоты тока, материала проводников, расстояния до смежного проводника.

Для лабораторной установки можно принять

Частота тока, Гц	50	400	1000
Значение коэффициента $K_2$	0.27	0.58	0.75
Значение коэффициента $K_1$	0.95	0.87	0.83

### Методика испытаний.

Измерение тока осуществляется косвенным методом по величине электродвижущей силы, создаваемой в измерительной обмотке магнитопровода (токоизмерительных клещах). В качестве датчика применены две симметричные измерительные катушки, намотанные на две половинки ферритового магнитопровода. Ферритовые магнитопроводы размещены в токоизмерительных клещах таким образом, чтобы в момент измерения тока они симметрично охватывали заданную часть шины, как показано на рис. 3.

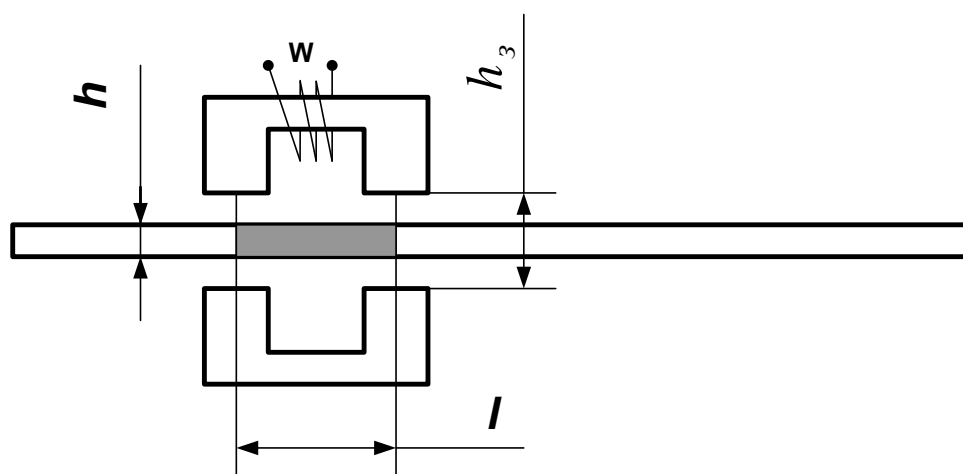


Рис. 3

Так как магнитное сопротивление магнитопровода много меньше магнитного сопротивления в зазорах магнитопровода, то можно полагать следующее. Магнитодвижущая сила в зазорах равна току, охватываемому кольцом в средней его части (часть шины, в которой измеряется ток, заштрихована). По значению магнитодвижущей силы определяется напряжённость магнитного поля, среднее значение магнитной индукции в зазорах ферритового сердечника, магнитный поток и, соответственно, наводимая в измерительной обмотке электродвижущая сила (ЭДС). В конечном счёте, взаимосвязь между охватываемым током и ЭДС в измерительной обмотке выражается достаточно простой формулой

$$E_x = \frac{\mu\mu_0\pi f s w}{h_3} I_x,$$

где -  $E_x$  – измеренное значение электродвижущей силы,

$f$  – частота тока,

$s$  – эффективная площадь поперечного сечения магнитопровода,

$h_3$  – магнитный зазор магнитопровода,

$w$  – количество витков измерительной обмотки,

$I_x$  – охватываемый магнитопроводом ток.

Средняя плотность тока в исследуемом сечении рассчитывается по определённой величине тока и площади проводника, охватываемого магнитопроводом.

### Порядок выполнения работы.

1. Для двух частот тока, заданных преподавателем, экспериментально определить плотность тока в разных сечениях проводника. Исследование провести при величине тока, указанной преподавателем. Результаты исследований занести в таблицу рекомендованной формы.

2. Рассчитать теоретическое распределение плотности тока в проводнике. Данные занести в таблицу.

3. Построить экспериментальную и расчётную кривые распределения плотности тока при двух частотах.

4. Сопоставить полученные результаты и сделать выводы.

5. Результаты оформить в форме отчёта.

**Таблица**

Расстояние от края проводника до середины датчика, $x$	Электро-движущая сила, $E_x$	Ток в элементе шины, $I_x$	Плотность тока опытная, $\delta_{оп}$	Расчётный коэффициент плотности тока, $k_\delta$	Плотность тока расчётная, $\delta_x$
<i>Мм</i>	<i>мВ</i>	<i>А</i>	<i>А/мм<sup>2</sup></i>		<i>А/мм<sup>2</sup></i>

**Приложения:**

В качестве исследуемого проводника применена медная плоская шина шириной 250 мм и толщиной 0,4 мм.

Ферритовый магнитопровод имеет зазор 2 мм и эффективное сечение  $S = 0,4\text{см}^2$ . На магнитопровод намотана обмотка, количество витков которой  $w$  указано на датчике. Среднее расстояние между стержнями магнитопровода равно 11 мм.

**Вопросы для самопроверки:**

1. Понятие вихревого электромагнитного поля.
2. Причины неравномерного распределения тока в плоских проводниках.
3. Влияние частоты тока на распределение плотности тока по сечению шины.
4. Принцип работы токоизмерительных клещей, использованных в настоящей работе.
5. Причины расхождения экспериментальных и расчётных данных.



## Лабораторная работа № 5

## «Исследование магнитного поля вдали от цилиндрической катушки с током»

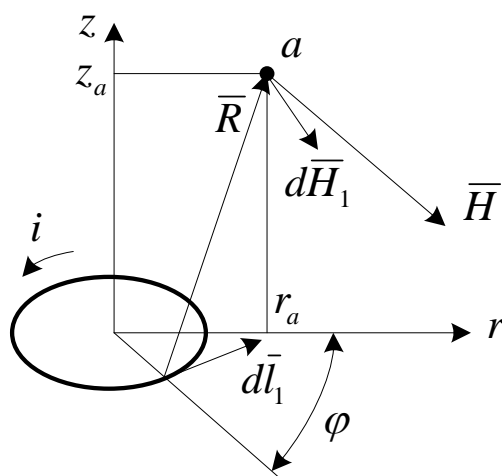
**Цель работы:** исследование магнитного поля вдали от цилиндрической катушки с током; описание магнитного поля цилиндрической катушки полем магнитного диполя.

**Основы теории.**

**Магнитное поле катушки с током.** Вследствие осевой симметрии катушки с током её магнитное поле является осесимметричным. Поэтому исследование поля целесообразно проводить в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$ .

В соответствии с принципом суперпозиции электромагнитных полей результирующее магнитное поле катушки с током может быть представлено в виде геометрической суммы полей, созданных отдельными витками катушки.

Для определения поля витка с током в произвольной точке пространства обратимся к рисунку.



Совместим плоскость витка с плоскостью  $r, \varphi$ , ось витка совместим с осью  $z$ . В исследуемой точке  $a$ , расположенной произвольно в пространстве, элемент витка с током  $dl_1$  на расстоянии  $R$  создаёт элементарное магнитное поле  $dH_1$ , определяемое по закону Био-Савара-Лапласа

$$d\bar{H}_1 = \frac{i[d\bar{l}_1\bar{R}]}{4\pi R^3}.$$

Результирующая напряжённость магнитного поля  $\bar{H}$  равна векторной сумме элементарных составляющих  $d\bar{H}$  и может быть определена путём интегрирования элементарных составляющих напряжённости. Не составляет

труда показать, что, вследствие осевой симметрии системы, вектор напряжённости результирующего магнитного поля располагается в радиальной плоскости, проходящей через ось  $z$  и исследуемую точку.

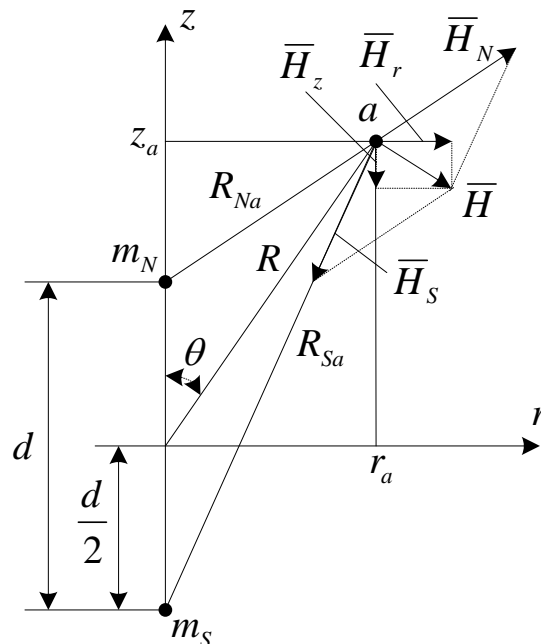
Не смотря на внешнюю простоту физического явления, выполнение численного расчёта напряжённости единичного витка с током в произвольной точке пространства оказывается затруднительным. Ещё большие проблемы возникают при расчёте магнитного поля катушки, содержащей значительное число витков. Теория магнитных диполей позволяет разрешить указанную проблему быстро, просто и с достаточной точностью.

### Поле магнитного диполя.

Магнитным диполем называется система из двух магнитных зарядов (магнитных масс), расположенных на небольшом расстоянии друг от друга. В природе элементарные магнитные заряды (монополи) ещё не открыты, но физики – теоретики не отрицают их существование в принципе.

Предположим, что северные монополи суммарным магнитным зарядом  $m = m_N$  находятся на расстоянии  $d$  от южных монополей суммарным магнитным зарядом  $m = m_S$ . Пусть северные монополи являются истоком магнитных силовых линий), магнитный поток выходит из северного магнитного заряда), южные – стоком (магнитный поток входит в южный магнитный заряд).

Рассмотрим картину поля в плоскости  $rz$  применительно к точке  $a$ . Начало координат совместим с центром магнитного диполя, как показано на рисунке.



Для нахождения напряжённости магнитного поля в произвольной точке пространства воспользуемся аналогией между электрическим и магнитным полем. Электрический заряд создаёт напряжённость поля в

произвольной точке  $a$  равную  $\bar{E} = \frac{q\bar{R}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^3}$  и направленную по радиусу-

вектору: заряд – исследуемая точка. Точно также каждый магнитный заряд (северный и южный) создадут своё магнитное поле напряжённостью

$$\bar{H}_N = \frac{m_N \bar{R}_{Na}}{4\pi\mu\mu_0 R_{Na}^3}, \quad \bar{H}_S = \frac{m_S \bar{R}_{Sa}}{4\pi\mu\mu_0 R_{Sa}^3},$$

направленное согласно рисунку.

**Примечание.** В связи с отсутствием в природе магнитных зарядов (масс), физическая единица измерений магнитного заряда (массы) не определена. Поэтому многие авторы отходят от полной аналогии электрического и магнитного поля, опуская множитель  $\mu\mu_0$ . Для однородной среды это не принципиально.

Результирующее магнитное поле двух разноимённых магнитных зарядов  $H$  определится геометрическим суммированием двух напряжённостей  $H_N$  и  $H_S$ :  $\bar{H} = \bar{H}_N + \bar{H}_S$ . Так как результирующий вектор напряжённости магнитного диполя располагается в плоскости, созданной осью  $z$  и исследуемой точкой  $a$ , то напряжённость поля удобно представлять в виде осевой составляющей  $\bar{H}_z$  и радиальной составляющей  $\bar{H}_r$ .

При известных координатах исследуемой точки и условии, что  $r \gg d$  расчёт  $H_z$  и  $H_r$  сложностей не представляет. Тем не менее, расчёт напряжённостей можно упростить, если воспользоваться магнитным потенциалом.

По аналогии с электрическим полем потенциал магнитного поля определяется по формуле  $U_m = \frac{m}{4\pi\mu\mu_0 R}$ . Тогда потенциал поля магнитного

диполя (с учётом знаков и условия  $r \gg d$ ) составит

$$U_m = \frac{m_N}{4\pi\mu\mu_0 R_{Na}} - \frac{m_S}{4\pi\mu\mu_0 R_{Sa}} = \frac{m}{4\pi\mu\mu_0} \left( \frac{1}{R_{Na}} - \frac{1}{R_{Sa}} \right) \approx \frac{md \cos \theta}{4\pi\mu\mu_0 R^2} = \frac{mdz_a}{4\pi\mu\mu_0 R^3} = \frac{pz_a}{4\pi\mu\mu_0 R^3}$$

Здесь  $\theta$  и  $R$  - параметры точки  $a$  относительно центра системы координат  $R^2 = r_a^2 + z_a^2$ ;  $p = md$  - магнитный момент диполя.

Для определения составляющих вектора напряженности возьмём производную по соответствующей координате

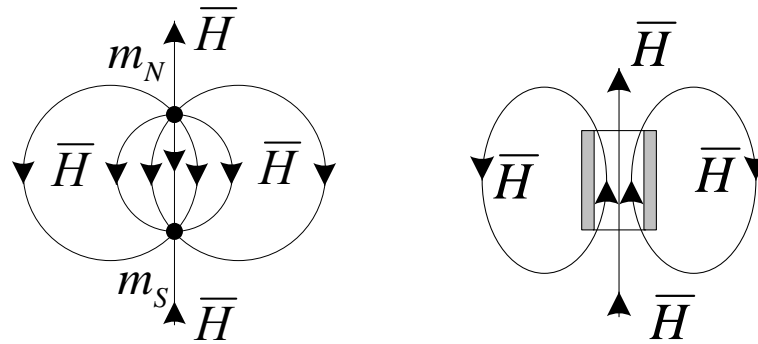
$$H_z = -\frac{\partial U_m}{\partial z} = \frac{p(3z^2 - R^2)}{4\pi\mu\mu_0 R^5}, \quad H_r = -\frac{\partial U_m}{\partial r} = \frac{3prz}{4\pi\mu\mu_0 R^5},$$

где  $R^2 = r^2 + z^2$ .

### Границы применимости теории магнитного диполя.

Магнитное поле магнитного диполя имеет в качестве истока магнитного потока северный магнитный заряд и в качестве стока - южный. Магнитные силовые линии начинаются на северная магнитном заряде и

заканчиваются на южном. Напряжённость поля максимальна и стремится к бесконечности вблизи магнитных зарядов диполя (см. рис.).



Магнитное поле катушки с током не имеет ни истока, ни стока линий магнитного потока. Каждая магнитная силовая линия представляет собой замкнутую на себя линию.

Таким образом, вблизи катушки с током, особенно внутри неё, магнитное поле катушки с током абсолютно не соответствует магнитному полю магнитного диполя (и по направлению и по значению). В тоже время вдали от катушки с током её поле оказывается подобным магнитному полю соответствующего магнитного диполя.

Магнитный момент магнитного диполя, эквивалентного катушке с током, рассчитывается по формуле

$$p = Iw\mu\mu_0S_1,$$

где  $I$  – ток исследуемой катушки,  $w$  – число витков исследуемой катушки,  $S_1$  – площадь сечения исследуемой катушки.

**Примечание.** Здесь множитель  $\mu\mu_0$  также опускается, если он не учитывался ранее.

**Датчик и принцип измерений магнитного поля.** В настоящей работе применён индуктивный датчик ЭДС.

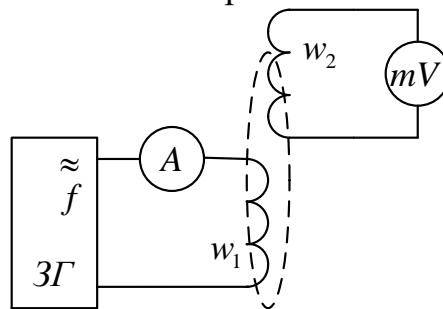
В соответствии с законом электромагнитной индукции, переменное магнитное поле, пронизывающее датчик, индуцирует в нём мгновенное значение ЭДС

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = -\pi R^2 w \frac{dB}{dt} = -\pi R^2 w \mu_0 \frac{dH}{dt}.$$

Для синусоидально изменяющегося магнитного поля ( $h = H_m \sin \omega t$ ) имеем  $e = -\pi R^2 \mu_0 \omega w H_m \cos \omega t$ . Переходя от мгновенных значений к действующим, имеем  $E = \pi R^2 \mu_0 \omega w H$ .

**Описание установки.** Исследование магнитного поля проводится на электротехнической установке, силовая часть которой содержит регулируемый источник тока повышенной частоты (звуковой генератор ЗГ),

амперметр и исследуемую катушку. Измерительная часть включает индуктивный датчик и милливольтметр.



Исследуемая катушка характеризуется следующими параметрами: числом витков –  $w$ , площадью сечения –  $S_1$ . По обмотке протекает ток  $I$  частотой  $f$ .

Измерительная катушка имеет: число витков –  $w_2$ , средний радиус обмотки  $R_2$ .

Исследования магнитного поля проводятся в плоскости, перпендикулярной оси катушки на расстоянии  $Z_0$  от её центра.

### Порядок и методика выполнения работы.

1. Ознакомиться с исследуемой катушкой и измерительным датчиком. Записать в протокол исходные данные об исследуемой катушке и измерительном датчике, ток исследуемой катушки и его частоту.
2. Собрать электрическую схему установки.
3. Исследовать напряжённость магнитного поля вдали от катушки с током. Исследования провести, перемещая датчик радиально от оси катушки (от оси магнитного поля) до максимально допустимого удаления датчика от оси катушки. Интервал перемещения выбирать в пределах 1- 2 см. Данные занести в рекомендованную таблицу.

**Примечание.** Центр катушки с током определить экспериментальным путём пол максимуму осевой (вертикальной) составляющей напряжённости магнитного поля и минимуму радиальной (горизонтальной) составляющих напряжённости магнитного поля.

Таблица

Координата исследуемой точки	Экспериментальные данные				Расчетные данные	
	Осевая составляющая магнитного поля		Радиальная составляющая магнитного поля			
$r, \text{см}$	$E_z, \text{мВ}$	$H_z, \text{А/м}$	$E_r, \text{мВ}$	$H_r, \text{А/м}$	$H_z, \text{А/м}$	$H_r, \text{А/м}$
0						
1						
2						

4. Построить на графике полученные экспериментальные кривые.
5. Пересчитать параметры катушки с током в параметры эквивалентного диполя.
6. Рассчитать напряжённость поле магнитного диполя для исследованных точек пространства. Данные занести в таблицу и построить на графике.
7. Сопоставить расчётные и экспериментальные данные. Объяснить полученные результаты. Сделать выводы.
8. Оформить отчёт о работе.

**Вопросы для самопроверки:**

1. Как определяется напряжённость магнитного поля витка с током, катушки с током в произвольной точке пространства.
2. Что такое магнитный диполь, характеристики магнитного диполя.
3. Как рассчитывается поле магнитного диполя.
4. Как пересчитать параметры катушки с током в параметры эквивалентного магнитного диполя.
5. Рассказать об особенностях картины магнитного поля катушки с током и магнитного диполя.
6. Объяснить принцип работы индуктивного датчика напряжённости магнитного поля.

## Лабораторная работа № 6

### «Моделирование магнитного поля в воздушных зазорах машины постоянного тока»

**Цель работы.** Исследование электрического поля в проводящем листе и перенос результатов исследования на магнитное поле в воздушных промежутках машины постоянного тока.

**Основы теории.** Электрическое поле постоянного тока является скалярным (безвихревым). Это поле описывается потенциальной функцией  $U(x, y, z)$  и представляется на плоскости графически в виде набора эквипотенциальных линий  $U(x, y) = const$ . Так как любое поле имеет две составляющие – потенциальную и силовую – то картину электрического поля, образованного эквипотенциальными линиями, принято дополнять трубками тока. Линии трубок тока перпендикулярны эквипотенциальным линиям.

С целью получения более информативной картины, принято проводить линии исходя из условий равной разности потенциалов между соседними эквипотенциальными линиями и равных значений тока в каждой из трубок тока. Образованные пересечениями линий криволинейные прямоугольники оказываются примерно подобными друг другу, а их концентрация на рисунке соответствует реальному распределению плотности электрического поля.

Магнитное поле, в точках пространства, где нет электрического тока, также является безвихревым. Более того, оба поля описываются одним и тем же дифференциальным уравнением Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

Следовательно, электрическое и магнитное поле имеют решения одного и того же вида. А раз так, то решения, полученные для одного поля, при соответствующих граничных условиях могут быть достаточно просто интерпретированы как решения для другого поля.

Указанные особенности положены в основу моделирования магнитного поля электрической машины постоянного тока полем тока в проводящем листе.

**Примечание.** Перенося результаты исследования электрического поля на магнитное поле, следует помнить следующее. Возможно как прямое, так и обратное соответствие полей. При прямом соответствии полей трубкам электрического тока соответствуют трубки магнитного потока, а линиям равного электрического потенциала – линии равного магнитного потенциала. При обратном соответствии полей трубкам электрического тока соответствуют линии равного магнитного потенциала, а электрическим эквипотенциальным линиям соответствуют трубки магнитного потока.

Рассмотрим поперечный разрез электрической машины рис. 1 (ввиду симметрии относительно осей полюсов на рисунке показана только четверть машины).

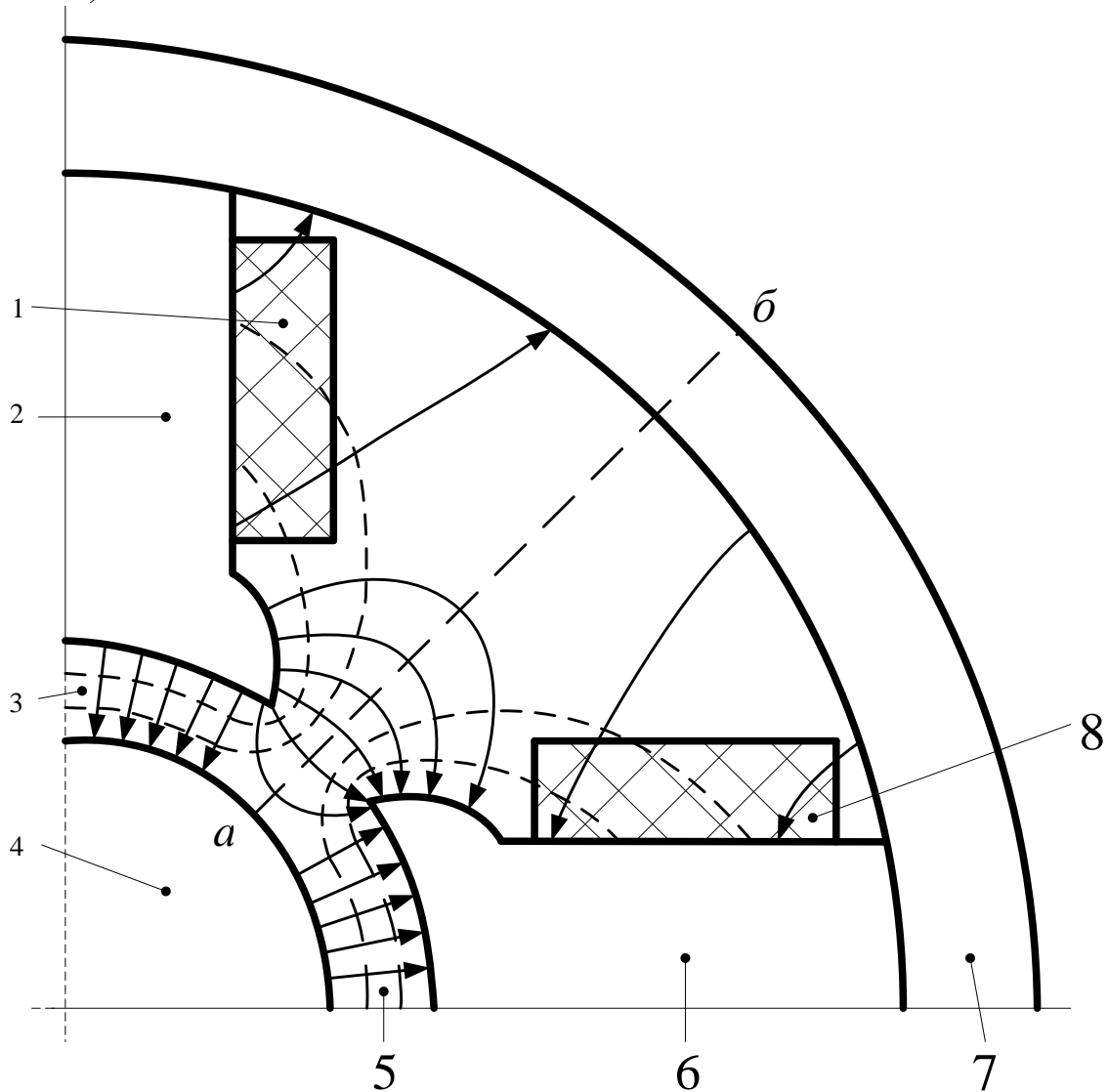


Рис. 1

На рисунке обозначены: 1 и 8 – обмотка возбуждения, 2 и 6 – магнитный полюс, 3 и 5 – основной воздушный зазор, 4 – якорь.

Магнитное поле машины создаётся обмотками возбуждения 1, 8. С целью улучшения характеристик магнитного поля машины обмотки возбуждения мощных электрических машин выполняют секционированными. В настоящей работе предполагается секционирование обмоток.

Основная часть магнитного потока машины (полезный поток  $\Phi_0$ ) замыкается по контуру: полюс 2, воздушный зазор 3, якорь 4, воздушный зазор 5, полюс 6, станина 7, полюс 2.

Первая составляющая не основной части магнитного потока машины (поток рассеяния  $\Phi_{p1}$ ) замыкается по контуру: полюс 2, полюс 6, станина 7, полюс 2. Вторая составляющая не основной части магнитного потока



машины (поток рассеяния  $\Phi_{p2}$ ) замыкается по контуру: полюс 2, станина 7, полюс 2. Аналогичная картина наблюдается и у второго полюса.

Согласно выполненному выше анализу, картина магнитных потоков в воздушных промежутках выбранной части машины должна, примерно, соответствовать картине, образованной линиями со стрелками. Здесь линиями со стрелками обозначены линии магнитной индукции. Пространство между линиями магнитной индукции образует трубки магнитного потока.

Пунктирные линии, перпендикулярные к линиям магнитной индукции, обозначают линии равного магнитного потенциала. Линия аб, являющаяся линией симметрии между полюсами, также является линией равного магнитного потенциала.

Ввиду симметрии машины, рассмотренная картина магнитных потоков справедлива для всех полюсов. Поэтому нет необходимости исследовать поле по всей машине в целом, но достаточно исследовать только одну её часть.

**Описание установки.** Исследование электрического поля в проводящем листе проводится на специальной электротехнической установке, смонтированной в лаборатории теории электромагнитного поля (рис. 2). В основу установки положен проводящий стальной лист, моделирующий геометрическую форму воздушных промежутков между статором и якорем машины постоянного тока. Для удобства исследования, поверхность листа разделена линиями на участки.

Установка питается от регулируемого источника постоянного тока. С целью моделирования намагничивающей силы обмоток возбуждения, распределённой по длине полюса электрической машины, подвод тока к листу осуществляется параллельно в нескольких точках листа. Измерение и регулировка тока производятся по каждой из точек подключения.

Исследование электрического поля проводится с помощью зонда и подключённого к нему милливольтметра.

### **Порядок и методика выполнения работы.**

1. Получить у преподавателя необходимые исходные данные для моделирования магнитного поля электрической машины:
  - количество витков  $w_1 - w_4$  отдельных секций обмотки возбуждения;
  - значения токов  $I_1 - I_4$ , протекающих по каждой из секций обмотки возбуждения;
  - величину воздушного зазора между полюсом и якорем машины  $h$ ;
  - толщину магнитопровода электрической машины  $l$  (длину машины);
  - ток модели  $i_\Sigma$  (суммарный ток электрической модели);

- минимальное количество исследуемых на модели эквипотенциальных линий  $N$ .

2. Рассчитать намагничивающую силу секций обмотки возбуждения  $i_i w_i$  и обмотки возбуждения  $F = \sum I_i w_i$ .

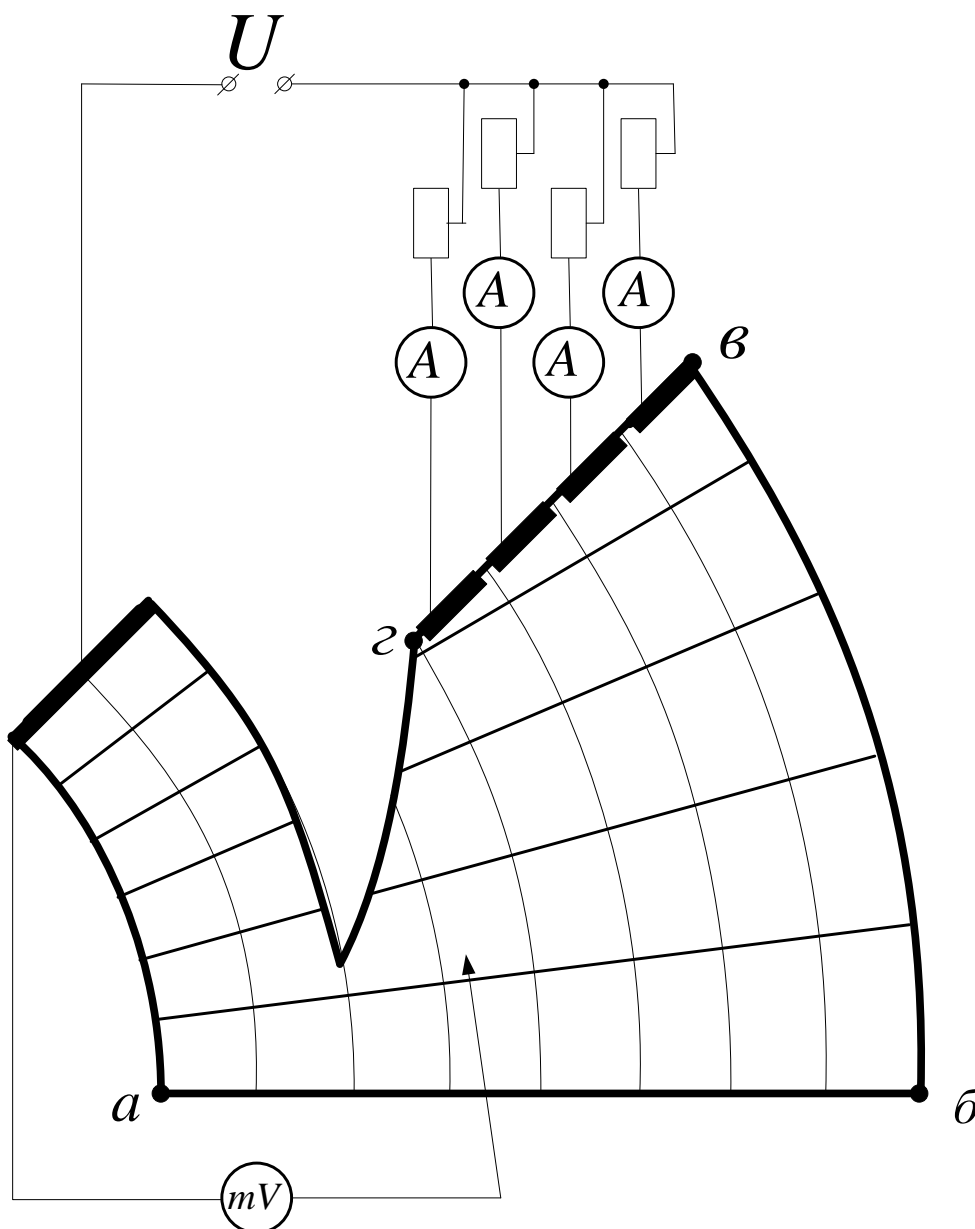


Рис. 2

3. Рассчитать токи модели  $i_i = i_\Sigma \frac{I_i w_i}{F}$ , пропорциональные намагнивающим силам секций обмотки возбуждения.
4. Собрать электрическую схему и установить токи модели.
5. Определить и записать в протокол значения потенциалов в точках схемы  $a, б, в, г$ .
6. С помощью зонда и вольтметра построить эквипотенциальную картину электрического поля. Разность потенциалов между соседними

экипотенциальными линиями принять постоянной, примерно равной  $\Delta U = U_g / N$ . Перенести полученную картину поля на бумагу. Измерить и проставить на картине поля моделируемую величину воздушного зазора между полюсом и якорем машины  $h_m$ .

7. Там же, на бумажном носителе, построить трубки тока.

8. Сопоставить полученную картину поля с картиной магнитного поля рис. 1. Установить тип соответствия электрического и магнитного полей. Обосновать выбор типа соответствия.

9. Полагая, что в воздушном зазоре машины вблизи середины полюсов магнитное поле равномерное, что к зазору приложена вся намагничивающая сила обмотки возбуждения, рассчитать магнитные характеристики одной трубки магнитного потока:

а) напряжённость магнитного поля в рабочем зазоре машины  $H = F / h$ ;

б) индукцию магнитного поля в рабочем зазоре машины  $B = \mu_0 \mu H$

где  $\mu_0$  - магнитная проницаемость вакуума,

$\mu$  - относительная магнитная проницаемость воздуха;

в) магнитный поток одной трубки магнитного потока, расположенной между полюсом и якорем машины  $\Phi_{mp} = Bal$

где  $a$  – средняя ширина трубки магнитного потока в воздушном зазоре машины с учётом коэффициента моделирования, численно равно отношению заданного рабочего воздушного зазора к соответствующему размеру на модели  $h/h_m$ .

10. Рассчитать основные магнитные характеристики машины на один полюс:

а) основной поток  $\Phi_0 = 2\Phi_{mp}m$ , где  $m$  – количество трубок магнитного потока, проходящих через якорь;

б) потоки рассеяния машины на один полюс  $\Phi_{pac1} = 2\Phi_{mp}n_1$   
 $\Phi_{pac2} = 2\Phi_{mp}n_2$

где  $n_1$  – количество трубок магнитного потока, проходящих между полюсами,

где  $n_2$  – количество трубок магнитного потока, проходящих между полюсами и станиной;

в) полный магнитный поток полюса  $\Phi$ , численно равный сумме основного потока и потоков рассеяния полюса;

г) коэффициент полезного использования магнитного потока  $k_0$ , численно равный отношению основного потока к полному потоку полюса;

д) коэффициент межполюсного рассеяния магнитного потока  $k_1$ , численно равный отношению потока  $\Phi_{pac1}$  к полному потоку полюса;

е) коэффициент рассеяния магнитного потока на станину  $k_2$ , численно равный отношению потока  $\Phi_{pac2}$  к полному потоку полюса;

ж) магнитное сопротивление полюса  $R_m$ , численно равное отношению намагничивающей силы полюса к полному магнитному потоку одного полюса.

11. Рассчитать величины  $U_a/U_\epsilon$ ,  $(U_\epsilon - U_a)/U_\epsilon$ ,  $(U_\delta - U_a)/U_\epsilon$ ,  $(U_\epsilon - U_\delta)/U_\epsilon$  и дать им трактовку относительно магнитного поля.

12. Оформить отчёт о работе и сделать выводы.

### **Вопросы для самопроверки:**

1. Сущность моделирования магнитного поля в воздушных зазорах машины постоянного тока.

2. Каким образом принято изображать картину поля на плоскости.

3. Требования к построению картины поля на плоскости.

4. Типы соответствия электрического и магнитного полей. Их суть.

5. В чём заключается совпадение и различие картинок электрического и магнитного поля на модели проводящего листа.

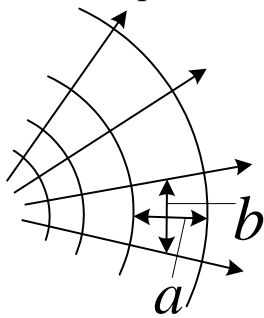
6. Какие характеристики машины можно рассчитать по картине магнитного поля в воздушных зазорах машины постоянного тока.

## Лабораторная работа № 7

### Исследование распределения постоянного тока в плоском проводнике произвольной формы.

**Цель работы:** экспериментальное исследование электрического поля в проводящей среде, построение полной картины электрического тока.

**Основы теории.** Полная картина поля электрического тока включает в себя набор эквипотенциальных линий и линий напряженности. Так как по определению напряжённость поля определяется как градиент от потенциала, то есть  $\vec{E} = -gradU$ , силовые линии всегда перпендикулярны потенциальным линиям.



С целью обеспечения наибольшей информативности картины поля, последнее принято рисовать с соблюдением следующих дополнительных требований. Построение линий равного потенциала производится через равные разности потенциалов между соседними эквипотенциальными линиями. Построение силовых линий осуществляется с учетом требования равной величины тока, протекающего по трубкам, образованным силовыми линиями.

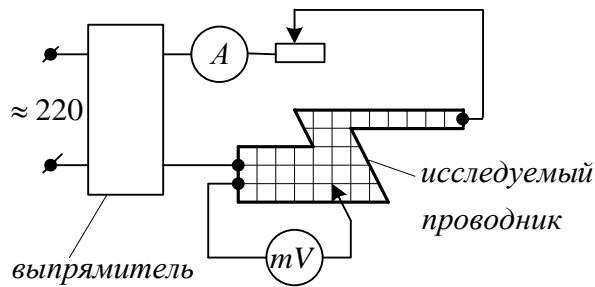
Учёт указанных выше требований проявляется визуально в примерной пропорциональности образуемых пересечениями линий криволинейных прямоугольников.

При простой форме проводников постоянный ток равномерно распределяется по сечению проводника. Вместе с тем, в случае сложных форм проводников распределение тока оказывается крайне неравномерным. Максимальная плотность тока оказывается вблизи внутренних углов изогнутых проводников. То есть линии тока стараются выбрать путь минимальной длины. В теории это явление называется тяжением силовых линий. В то же время наличие внутреннего давления в электрическом поле не позволяет всем линиям тока пройти по пути наименьшего расстояния. В теории это явление называется боковым распором силовых линий. Чем меньше образуемые прямоугольники, тем выше напряжённость электрического поля и плотность тока, и наоборот.

Построенная картина поля позволяет рассчитывать сопротивление любого участка проводника  $R$  по известному сопротивлению ячейки  $r$ :  $R = r * k_f * n / m$ . Здесь  $k_f = a / b$  - коэффициент формы ячеек, численно равный отношению среднего размера ячеек в направлении протекания тока  $a$  к среднему размеру ячеек в направлении, перпендикулярном протеканию тока  $b$ ;  $m$  - число трубок тока в исследуемой зоне;  $n$  - число эквипотенциальных промежутков по длине исследуемого проводника.

**Исследовательская установка.** Установка включает в себя регулируемый источник постоянного тока, подключенный к исследуемому

проводнику произвольной формы. Измерение тока производится амперметром, измерение потенциалов на поверхности проводника – милливольтметром.



### Методика испытаний.

Измерительным прибором в настоящей работе является милливольтметр с высоким входным сопротивлением. В качестве датчика – зонда – карандаш. Поверхность проводника достаточно шероховатая с тем, чтобы карандаш мог оставлять след.

При медленном движении карандаша по поверхности проводника и слабом нажатии на карандаш милливольтметр регистрирует значение потенциала в соответствующей точке поля. Для построения эквипотенциальной линии необходимо передвигать карандаш до тех пор, пока милливольтметр не покажет наперёд заданное значение потенциала. Увеличив нажатие на карандаш, пометить найденную точку. Повторять испытания по поиску точек с заданным потенциалом до тех пор, пока наступит возможность по помеченным точкам провести достоверную линию равного потенциала.

### Порядок и методика выполнения работы.

1. Получить у преподавателя необходимые исходные данные для исследования потенциального поля проводника с током:

- значение тока  $I$ , протекающего по проводнику;
- минимальное количество исследуемых на модели эквипотенциальных линий  $N$ ;
- минимальное количество исследуемых на модели трубок тока  $M$ ;
- часть проводника, в пределах которой необходимо рассчитывать сопротивление  $R$  (задаётся преподавателем после выполнения работы).

2. Собрать электрическую схему и установить величину тока.

3. Вблизи одного из концов проводника построить начальную эквипотенциальную линию  $U_0$ . Линия должна проходить в 3 – 5 см от места подключения тока.

4. Определить и записать в протокол значение разности потенциалов  $U$  между начальной эквипотенциальной линией и областью на расстоянии 3-5 см от второго места подключения тока.

5. Рассчитать шаг построения эквипотенциальных линий  $\Delta U = (U - U_0) / N$ . Полученное значение  $\Delta U$  округлить в меньшую сторону до ближайшего удобного для работы значения.

6. Построить картину потенциального поля проводника для значений потенциалов  $U = U_0 \pm k\Delta U$ , где  $k = 1, 2, \dots, N$ .

7. На образце прямолинейного проводника определить сопротивление элемента проводника с квадратной формой ячейки используя закон Ома  $r = U / I$ .

8. В соответствии с заданием построить заданное количество трубок электрического тока.

9. Проанализировать полученную картину поля.

10. Рассчитать сопротивление заданного участка проводника.

11. Оформить отчёт о работе и сделать выводы.

#### **Вопросы для самопроверки:**

1. Основные требования к построению графической картины электрического поля.

2. Чем объясняется неравномерность распределения постоянного тока в проводнике произвольного сечения?

3. Как по картине поля определить участки с наибольшей и наименьшей плотностью тока?

4. Как по картине поля определить сопротивление проводника на заданном участке?